

ANÁLISE DA REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS PARA VIGAS DE SEÇÃO RETANGULAR E T SEGUNDO A NBR 6118:2023

Ronald Argolo dos Santos – Graduando em Engenharia Civil

ronaldargolo@aluno.ufrb.edu.br

Centro Ciência Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Ray Calazans dos Santos Silva – Professor Adjunto

Centro Ciência Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Resumo: O crescimento populacional resultou em um aumento significativo no uso de estruturas de concreto armado, conhecidas por sua facilidade de execução, disponibilidade de materiais e custo. Quando moldado *in loco* este sistema estrutural apresenta comportamento monolítico. Neste contexto, a ABNT NBR 6118:2023 estabelece critérios de avaliação estrutural como a análise linear, linear com redistribuição, plástica, não linear e através de modelos físicos. O presente trabalho concentrou-se na análise linear elástica e na análise linear com redistribuição. O estudo comparou seções retangulares e em forma de T, bem como vigas de dois e três tramos, com o objetivo de determinar a economia máxima viável para cada tipo de seção e a economia resultante da redistribuição de esforços, particularmente nas seções retangulares e em forma de T, em comparação com a análise linear elástica das seções retangulares. Os resultados revelaram que a redistribuição de esforços proporciona um desempenho econômico superior à seção retangular padrão. Além disso, em comparação com a seção retangular dimensionada pela análise linear com redistribuição, a seção T redistribuída apresentou uma economia de mais de três vezes a da seção retangular.

Palavras-chave: Análise estrutural; vigas de concreto armado; análise linear com redistribuição.

Abstract: *Population growth has resulted in a significant increase in the use of reinforced concrete structures, known for their ease of execution, availability of materials and cost. When cast in situ, this structural system exhibits monolithic behavior. In this context, ABNT NBR 6118:2023 establishes structural assessment criteria such as linear, linear with redistribution, plastic, non-linear and physical model analysis. This work focused on elastic linear analysis and linear analysis with redistribution. The study compared rectangular and T-shaped sections, as well as two- and three-section beams, with the aim of determining the maximum feasible savings for each type of section and the savings resulting from the redistribution of forces, particularly in rectangular and T-shaped sections, in comparison with the elastic linear analysis of rectangular sections. The results revealed that the redistribution of forces provides a better economic performance than the standard rectangular section. In addition, compared to the rectangular section designed by linear analysis with redistribution, the redistributed T-section showed savings of more than three times that of the rectangular section.*

Keywords: *Structural analysis; reinforced concrete beams; linear analysis with redistribution.*

1 INTRODUÇÃO

As construções em concreto armado desempenham um papel crucial na sociedade contemporânea, devido ao fato do constante crescimento populacional nas áreas urbanas, o que tem levado ao aumento do uso dessa técnica construtiva em edifícios. A principal característica dessas estruturas de concreto moldado in loco é a sua natureza monolítica, onde faz com que elas atuam como um único elemento (ROSA, 2023).

A ABNT NBR 6118 (2023) especifica procedimento de análise estrutural, o qual são empregados com a finalidade de identificar os efeitos gerados pelas ações exercidas sobre a estrutura. Além disso, essa norma estipula diversos métodos viáveis para essa análise, incluindo o método de análise no regime linear elástico e o regime linear com redistribuição, que serão empregados no contexto deste estudo.

Ao analisar um material de maneira linear, presume-se que ele exiba comportamento elástico-linear, ou seja, uma relação linear entre força e deslocamento para regimes de pequenos deslocamentos. Após a conclusão da análise linear de uma estrutura, é viável prosseguir com a redistribuição dos esforços calculados, decorrente da variação na rigidez dos elementos estruturais. Quando ocorre a fissuração e, como resultado, a entrada na fase II de certas seções transversais, isso resulta na realocação dos esforços solicitantes para regiões com maior rigidez. Isso possibilita uma economia e melhor arranjo das armaduras, uma vez que os valores de momentos negativos e positivos se tornam mais próximos (FONTES, 2005).

Diante disso, o objetivo deste trabalho consiste em avaliar quantitativamente a máxima economia na área de aço através do modelo de análise com redistribuição de esforços. Além disso, busca-se comparar os impactos da redistribuição em vigas de seção retangular e T, considerando vigas contínuas com dois e três tramos. Para isso, foram confeccionadas planilhas eletrônicas no software Excel em conjunto com o software de análise estrutural FTOOL.

2 MODELOS DE ANÁLISE

A norma ABNT NBR 6118 (2023) recomenda que, na situação de projeto, a análise estrutural pode ser conduzida por meio de um dos cinco métodos delineados no item 14.5. São eles: análise linear, análise linear com redistribuição, análise plástica, análise não-linear e análise através de modelos físicos. Esses métodos se distinguem pelos comportamentos permitidos para os materiais que compõem a estrutura, sempre levando em consideração as limitações específicas para cada caso e segundo Miranda (2010) a seleção do método a ser adotado depende dos seguintes fatores:

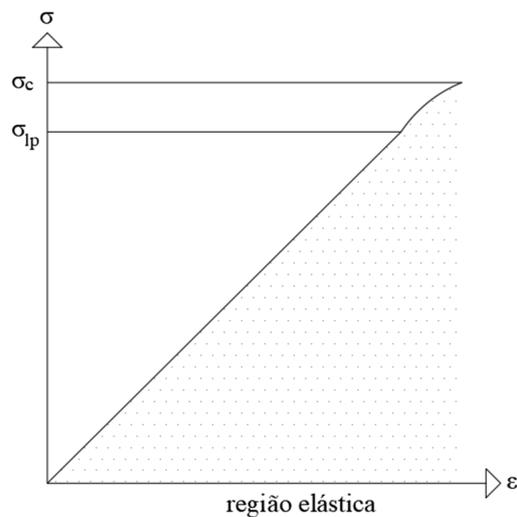
- (i) As leis constitutivas escolhidas para os materiais;
- (ii) O nível de precisão desejado para os resultados;
- (iii) A complexidade da estrutura em questão;
- (iv) O tipo de estado limite que está sendo verificado.

Neste trabalho são abordados os métodos de análise linear elástica e análise linear com redistribuição.

2.1 Análise linear

Ao analisar um material de maneira elástica, considera-se que este tem o comportamento elástico-linear. A elasticidade de um dado material se trata da sua capacidade de retornar a sua forma original após ser submetido a ações externas. Quando um material consegue retornar completamente à sua forma original após sofrer deformações, é considerado perfeitamente elástico. No entanto, se apenas uma parte da deformação é revertida, é chamado de parcialmente elástico (FONTES, 2005).

Conforme HIBBELER (2010), um material apresenta comportamento elástico quando suas deformações não ultrapassam o limite de elasticidade, σ_c , ilustrado na Figura 01. Nessa figura, observamos que a curva, em uma região, é representada por uma reta, indicando a proporcionalidade entre tensão e deformação, caracterizando assim um material linearmente elástico. O limite de proporcionalidade, σ_{lp} , demarca a porção da curva que permanece como uma reta constante. Ao ultrapassar ligeiramente esse limite, embora o material ainda responda de maneira elástica, a reta começa a curvar-se, como evidenciado na Figura 01. Esse encurvamento persiste até atingir o limite de elasticidade, σ_c , momento em que, se a carga for removida, o material ainda retorna à sua forma original.

Figura 1. Diagrama de tensão-deformação

Fonte: Adaptado de Hibbeler (v.7, p.58, 2010)

Em 1676, Robert Hooke descobriu uma equação matemática para molas ao estabelecer uma relação linear entre tensão e deformação, conhecida como a Lei de Hooke. No diagrama tensão-deformação mencionado anteriormente, os materiais exibem uma relação linear na região denominada elástica. Dessa forma, um aumento na tensão resultará, de maneira proporcional, em um aumento na deformação. A equação que expressa essa relação é representada por:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (1)$$

onde a expressão foi concebida até o limite de elasticidade (σ_c). O módulo de elasticidade, E, na equação, reflete a inclinação da reta em relação ao eixo da abscissa (deformação), ilustrado na Figura 01 HIBBELER (2010).

2.2 Análise linear com redistribuição

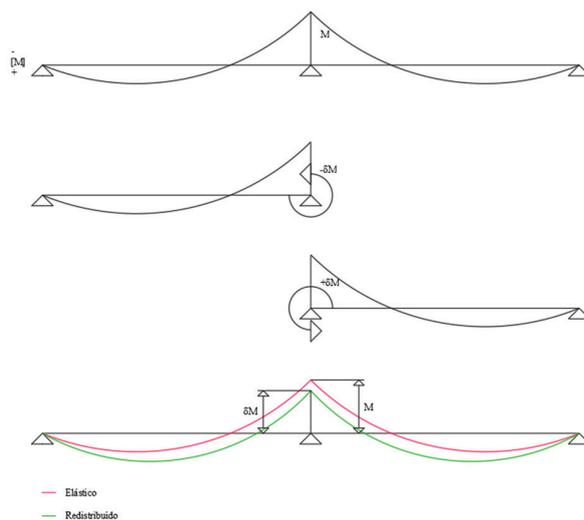
Após a realização da análise linear, é possível redistribuir os efeitos das ações na estrutura para as combinações de carregamento do ELU (estado limite último), desde que sejam mantidas as condições de equilíbrio e ductilidade. Os impactos dessa redistribuição devem ser avaliados em todos os pontos do projeto estrutural. No entanto, é recomendável evitar a redistribuição de esforços nas verificações em serviço, as quais podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição ABNT NBR 6118 (2023).

De acordo com Fontes (2005), as garantias de ductibilidade demandam atenção especial nas regiões de apoio das vigas ou em outras ligações entre elementos estruturais. Quanto menor o valor de x/d calculado no ELU (estado limite último), menor será a área de concreto comprimido. Nesse contexto, o aço, que é mais dúctil do que o concreto, passa a ser o fator limitante da resistência na seção. Por essa razão, a ABNT NBR 6118:2023 estabelece um limite para o valor de x/d nas regiões de apoio e nas áreas de ligação entre elementos estruturais lineares, mesmo quando não há redistribuição de esforços solicitantes, sendo os seguintes limites:

- a) $x/d \leq 0,45$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- b) $x/d \leq 0,35$, para concreto com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa.

Segundo a ABNT NBR 6118:2023 a redistribuição de esforços ocorre pela multiplicação dos momentos fletores (M) nos apoios por um coeficiente de redistribuição (δ), seguida por uma correção dos momentos nos vãos. A Figura 2 exemplifica o novo momento δM gerado no apoio, assim como o novo momento fletor positivo resultante. A correção dos momentos nos vãos pode ser realizada isolando os tramos e, com base nos momentos reduzidos aplicados nos apoios, calcular as novas reações e momentos positivos, como ilustrado.

Figura 2. Redução do Momento Fletor M para δM



Fonte: Autor (2023)

A ABNT NBR 6118:2023 ainda estabelecerá limites para x/d quando ocorrer uma redistribuição, reduzindo o momento fletor M para δM em uma seção transversal específica. A profundidade da linha neutra nessa seção, expressa como x/d , deve obedecer a esses limites.

- a) $x/d \leq (\delta - 0,44) / 1,25$, para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa;
- b) $x/d \leq (\delta - 0,56) / 1,25$, para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa.

O coeficiente de redistribuição deve, além disso, respeitar os seguintes limites:

- a) $\delta \geq 0,90$, para estruturas de nós móveis;
- b) $\delta \geq 0,75$, para qualquer outro caso.

2.3 Vigas contínuas

Segundo a ANBT NBR 6118:2023 é permissível utilizar o modelo clássico de viga contínua para a análise de cargas verticais, onde se considera a viga simplesmente apoiada nos pilares. No entanto, é necessário observar e aplicar as três correções adicionais de acordo com as necessidades específicas do projeto, sendo:

- a) não podem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito das vigas nos apoios internos;
- b) quando a viga for solidária com o apoio intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado um momento negativo de valor absoluto menor do que de engastamento perfeito nesse apoio;
- c) quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos no item 14.6.6.1 da norma.

No entanto, esta seção da norma oferece, como alternativa, a opção de analisar a solidariedade entre os pilares e a viga, introduzindo a rigidez à flexão dos pilares extremos e intermediários. Conforme mencionado por Bastos (2017), ao introduzir a rigidez à flexão nos pilares extremos, a viga fica vinculada ao apoio extremo por meio de um engastamento

elástico (mola). Nesse contexto, para pavimentos tipos de edifícios e barras com apoios simples e engaste perfeito nas extremidades, tem-se a Equação 2 ilustrando a rigidez a flexão:

$$K_{mola} = \frac{8EI}{L} \quad (2)$$

onde E = módulo de elasticidade secante do concreto (MPa); I = momento de inércia do lance do pilar (m⁴); e L = lance inferior ou superior do pilar (m).

Esta solução de análise é mais consistente, porém o calculado manual fica dificultado e, por esse fato, foi usado os Softwares Ftool e Excel para auxílio.

3 RESULTADOS

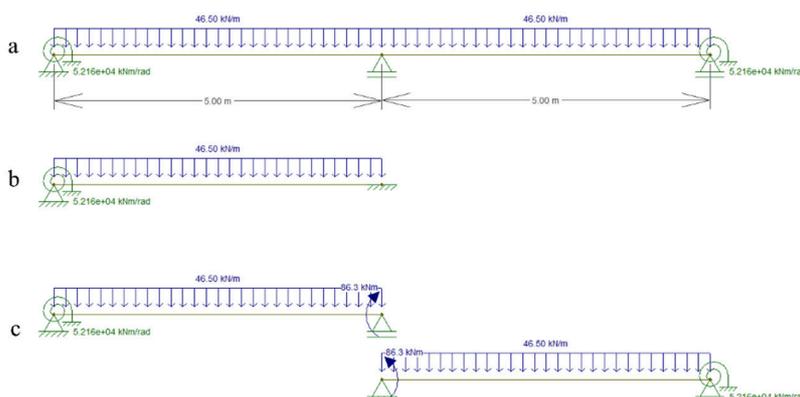
Este capítulo aborda o procedimento e os resultados obtidos na análise de uma viga com resistência característica do concreto (fck) igual a 25 MPa e vão de viga de 5,00 m, considerando dois e três tramos. No Tópico 3.1, analisamos o efeito da análise linear com redistribuição para duas seções, a seção retangular e a seção T, em comparação com as próprias seções aplicando o modelo de análise linear elástica. O Tópico 3.2 segue uma abordagem semelhante, mas para vigas com três tramos. No Tópico 3.3, examinaremos a economia gerada pela redistribuição de esforços na seção retangular e na seção T em comparação com uma viga de seção retangular dimensionada pelo método de análise linear elástica.

3.1 Análise para viga contínua de dois tramos

A Figura 3 apresenta em três partes o procedimento de análise para o dimensionamento por análise linear elástica (a e b) e linear com redistribuição (c). Na (a), temos o modelo de viga contínua com apoios extremos em engastamento elástico, conforme indicado por Bastos (2017), com um valor de $K_{mola} = 52.164 \text{ kN}\cdot\text{m}$. A condição (b) representa a situação descrita no item 14.6.6.1 da ABNT NBR 6118:2023, onde o apoio interno é considerado um engastamento perfeito, e o momento positivo no meio do vão não pode ser inferior ao obtido nesta circunstância. A parte (c) ilustra a redistribuição dos esforços, com isolamento dos tramos, aplicando engastamento elástico nas extremidades e um momento redistribuído $\delta M = 86,30 \text{ kN}\cdot\text{m}$ no apoio interno.

A carga aplicada é de 46,50 kN/m nas três situações, sendo a carga aplicada para obter um valor de $x/d = 0,35$, exemplificado na Figura 3. No entanto, para fins de análise, foram realizadas mais sete variações de x/d , com intervalos de 0,05, obtendo valores de 0,05 a 0,45 onde atinge o limite máximo permitido na norma de x/d .

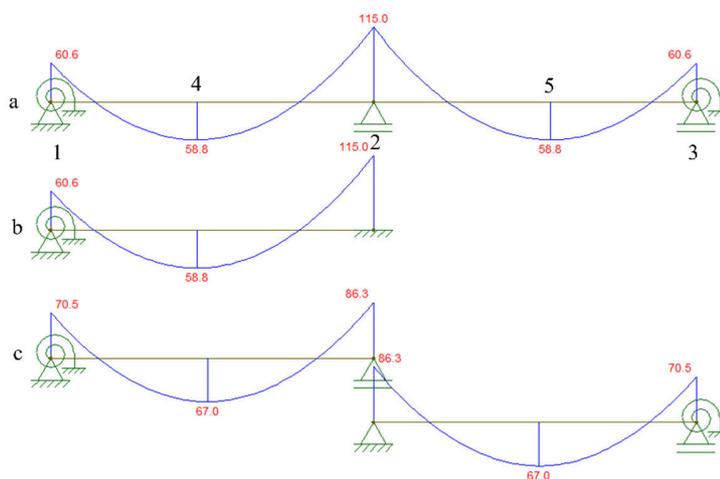
Figura 3. Análise linear elástica e com redistribuição para 2 tramos



Fonte: Autor (2023)

A Figura 4 apresenta os momentos fletores para as três situações mencionadas anteriormente, juntamente com a numeração dada aos momentos positivos e negativos na viga em análise.

Figura 4. Momento fletor para análise linear elástica e com redistribuição para 2 tramos



Fonte: Autor (2023)

Através da Figura 4 foi possível coletar dados para uma planilha no *excel*, com o objetivo de calcular as áreas de aço necessárias para as análises linear elástica e linear com

redistribuição. Os momentos fletores foram coletados em cinco pontos do modelo de viga contínua e comparados com o momento fletor positivo do modelo (b) para atender aos critérios da ABNT NBR 6118:2023. De acordo com essa norma, o momento fletor positivo não pode ser inferior a esse critério, embora, em dois tramos com simetria de carregamento, geometria e vão aplicado neste trabalho, essa condição se torna irrelevante, pois os momentos positivos máximos têm o mesmo valor.

Posteriormente, realizou-se a redistribuição do momento fletor negativo, adotando um coeficiente $\delta = 0,75$ até alcançar o valor de $x/d = 0,35$, $\delta = 0,85$ em $x/d = 0,40$ e sem redistribuição com $x/d = 0,45$, valores de x/d da análise linear elástica, variando os valores de (δ) afim atender os critérios estabelecidas pela norma. Após essa etapa, foi possível elaborar a Tabela 1, que ilustra os resultados e informações pertinentes para a análise da viga.

A Tabela 1 é dividida em três partes, cada uma composta por dados da análise linear elástica e linear com redistribuição dos momentos adquiridos na Figura 4. A primeira parte é representada pelas duas primeiras colunas, que mostram os valores de x/d . A segunda parte contém informações sobre a área de aço nas terceira e quarta colunas, onde deve atender ao critério de valor mínimo da área de aço que é determinado com base nas diretrizes do item 17.3.5.2 da ABNT NBR 6118:2023. A última parte, representada pelas três últimas colunas, apresenta os valores da área de aço, somando as áreas de aço correspondentes aos momentos máximos positivo e negativo, utilizados como dimensionamento da viga, bem como a porcentagem de economia obtida ao considerar a redistribuição.

Tabela 1. Economia com a redistribuição de esforços para seção retangular

Linear	x/d		Área de aço (cm ²)		Área de aço (cm ²)		Economia
	Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	
	0,17	0,20	3,25	3,83			
	0,35	0,25	6,67	4,79			
	0,17	0,20	3,25	3,83	9,82	8,41	14,35%
	0,16	0,19	3,15	3,62			
	0,16	0,19	3,15	3,62			

Fonte: Autor (2023)

A Tabela 2 foi elaborada para analisar a redistribuição de esforços em uma seção em forma de T, seguindo um formato análogo ao utilizado na Tabela 1 para a seção retangular. Os resultados foram obtidos de forma semelhante, com a única diferença sendo os valores de

carga aplicados nos modelos (a), (b) e (c) da Figura 4, onde apesar que na região negativa a viga em seção T se comporte como seção retangular, essa diferença de carga se dar pelo fato de aumentar a altura útil de concreto, tendo acréscimo da altura da laje na altura da viga. Isso resultou em momentos fletores distintos, mas com o mesmo objetivo de variar os valores de x/d a cada 0,05, apesar do fato de estar exibido os dados e resultados para o $x/d = 0,35$.

É importante observar na Tabela 2 que as duas últimas linhas da tabela apresentam valores de x/d consideravelmente menores. Isso ocorre devido ao fato de estarmos na região de momento fletor positivo, e a mesa da seção T contribuir significativamente para a resistência à compressão dos esforços, diferentemente nas regiões de momento fletor negativo, onde a viga de seção T se comporta como seção retangular. Como resultado, a área de aço obtida corresponde à área mínima recomendada pelo item 17.3.5.2 da ABNT NBR 6118:2023.

Tabela 2. Economia com a redistribuição de esforços para seção T

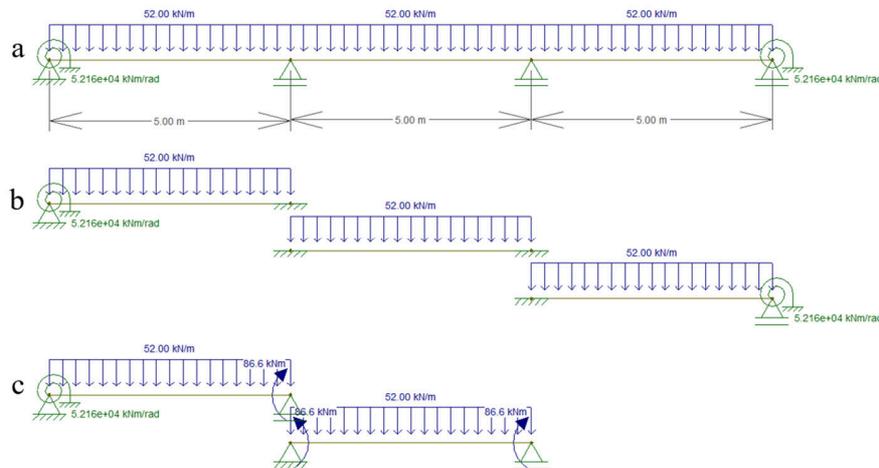
x/d		Área de aço (cm ²)		Área de aço (cm ²)		
Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Economia
0,17	0,20	4,10	4,83			
0,35	0,25	8,43	6,04			
0,17	0,20	4,10	4,83	10,90	8,52	21,85%
0,03	0,04	2,48	2,48			
0,04	0,04	2,48	2,48			

Fonte: Autor (2023).

3.2 Análise para viga contínua de três tramos

A Figura 5 possui uma carga aplicada de 52,00 kN/m com o objetivo de obter o $x/d = 0,35$ e ilustra em três partes o procedimento de análise, sendo (a) o modelo e viga contínua, (b) se trata da condição do item 14.6.6.1 da ABNT NBR 6118:2023, no qual os apoios internos são tratados como um engastamento perfeito, e o momento fletor positivo maior entre a situação (a) e a situação (b) é utilizado para fins de dimensionamento. (c) é o modelo de redistribuição de esforços, onde os tramos da viga são isolados, e um momento fletor $\delta M = 86,60 \text{ kN}\cdot\text{m}$ foi aplicado nos apoios internos.

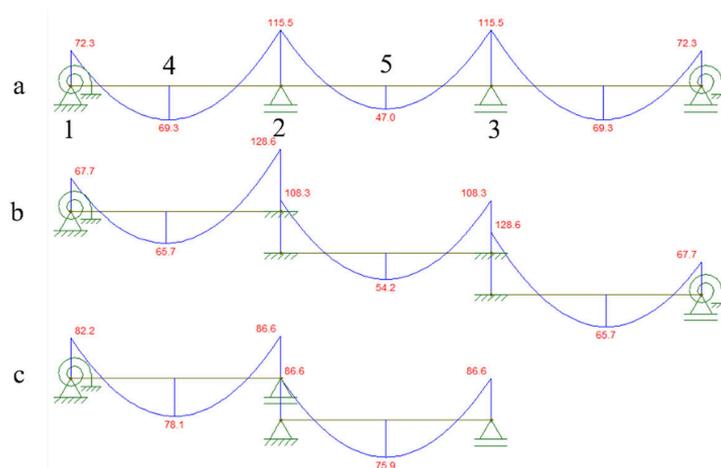
Figura 5. Momento fletor para análise linear elástica e com redistribuição para 3 tramos



Fonte: Autor (2023)

A Figura 6 exibe os momentos fletores para as três situações mencionadas anteriormente, incluindo a numeração dada aos momentos positivos e negativos na viga em análise. É possível observar que a condição da situação (b) citada acima se torna relevante para o tramo intermediário para vigas contínuas com mais de dois tramos com simetria de geometria, carregamento e vão estudado neste trabalho, onde o momento fletor positivo é maior do que na situação (a).

Figura 6. Momento fletor para análise linear elástica e com redistribuição para 3 tramos



Fonte: Autor (2023)

As Tabelas 3 e 4 seguem um processo análogo ao já explicado para as Tabelas 1 e 2 no Tópico 3.1. Os dados coletados da Figura 6 foram usados para obter os resultados

apresentados na Tabela 3. A Tabela 4 segue um processo semelhante, com a diferença sendo apenas a carga aplicada na viga por ser uma seção T. Ambas as tabelas buscam atingir os mesmos objetivos, variando os valores de x/d em incrementos de 0,05, no intervalo de 0,05 a 0,45, que é o limite máximo permitido pela norma para $f_{ck} \leq 50$ MPa.

Tabela 3. Economia com a redistribuição de esforços para seção retangular

x/d		Área de aço (cm ²)		Área de aço (cm ²)		
Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Economia
0,20	0,24	3,94	4,54			
0,35	0,25	6,71	4,81			
0,35	0,25	6,71	4,81	10,47	9,10	13,08%
0,20	0,22	3,76	4,29			
0,15	0,22	2,88	4,15			

Fonte: Autor (2023).

Tabela 4. Economia com a redistribuição de esforços para seção T

x/d		Área de aço (cm ²)		Área de aço (cm ²)		
Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Linear	Redistribuído	Economia
0,20	0,19	4,98	4,64			
0,35	0,25	8,48	6,08			
0,35	0,25	8,48	6,08	10,87	8,47	22,08%
0,04	0,04	2,39	2,39			
0,03	0,04	2,39	2,39			

Fonte: Autor (2023).

3.3 Comparação do efeito da redistribuição para seção retangular e T em viga de dois e três tramos

Para a análise dos tipos de seções estudadas, procedemos ao carregamento de uma viga de seção retangular, com o objetivo de sobrecarregá-la até o seu limite, com x/d atingindo o valor de 0,45, conforme critérios normativos para análise linear elástica. Nesse processo, a viga foi carregada de forma a possibilitar a obtenção de valores de x/d a cada incremento de 0,05, até atingir o limite máximo permitido pela norma de 0,45. Posteriormente, realizou-se a redistribuição dos esforços na viga mencionada, usando coeficientes δ iguais a 0,75 até alcançar o valor de $x/d = 0,35$, $\delta = 0,85$ em $x/d = 0,40$ e sem redistribuição com $x/d = 0,45$, valores de x/d da análise linear elástica da seção retangular, variando os valores de (δ) afim atender os critérios estabelecidas no item 14.6.4.3 da ABNT NBR 6118:2023.

Em seguida, aplicou-se a mesma carga e, conseqüentemente, os mesmos valores de momentos solicitantes da viga em seção retangular analisada de modo linear elástico mencionada acima, na viga de seção T, e realizou-se a redistribuição, onde foi possível manter o (δ) de redistribuição em 0,75 para todos os valores de x/d da viga de seção retangular analisada de modo linear elástico. Com base nesses procedimentos, comparou-se a economia gerada pela redistribuição de esforços na seção retangular e na seção T em relação à análise linear elástica de uma seção retangular.

As Tabelas 5 e 6 apresentam nas duas primeiras colunas os valores de x/d e as áreas de aço para a análise linear elástica de uma seção retangular. Na terceira e quarta coluna mostram as áreas de aço após a redistribuição para as seções retangular e T, considerando os mesmos valores de momentos aplicados para obter os valores de x/d utilizados na análise linear elástica para seção retangular, exibido na segunda coluna. Já as duas últimas colunas demonstram os valores de economia gerados em relação às redistribuições para as seções retangular e T em comparação com a área de aço obtida na coluna dois. Os valores de economia negativos indicam um aumento na área de aço, que ocorre devido às áreas de aço mínimas para cada seção.

A coleta de dados dos momentos fletores para o dimensionamento das áreas de aço nas Tabelas 5 e 6 seguiu o mesmo processo descrito nos Tópicos 3.1 e 3.2 apresentados anteriormente.

Tabela 5. Economia com a redistribuição de esforços para seção retangular e T para dois tramos

x/d	Á. de a. por linear	Á. de a. por redistribuição		Economia	
	(cm ²) Retangular	Retangular	T	Retangular	T
0,05	2,25	2,25	3,61	0,00%	-60,22%
0,10	3,06	2,56	3,61	16,31%	-17,91%
0,15	4,33	3,78	4,14	12,73%	4,34%
0,20	5,81	5,05	4,69	13,14%	19,33%
0,25	7,13	6,17	5,17	13,45%	27,51%
0,30	8,50	7,32	5,66	13,88%	33,48%
0,35	9,82	8,41	6,11	14,35%	37,75%
0,40	11,19	10,15	6,58	9,27%	41,22%
0,45	12,50	12,50	7,01	0,00%	43,95%

Fonte: Autor (2023).

Tabela 6. Economia com a redistribuição de esforços para seção retangular e T para três tramos

x/d	Á. de a. por linear	Á. de a. por redistribuição		Economia	
	(cm ²) Retangular	Retangular	T	Retangular	T
0,05	2,25	2,25	3,51	0,00%	-56,00%
0,10	3,13	2,78	3,53	11,44%	-12,74%
0,15	4,69	4,14	4,09	11,75%	12,85%
0,20	6,10	5,37	4,58	12,09%	24,99%
0,25	7,57	6,63	5,08	12,43%	32,90%
0,30	9,10	7,94	5,59	12,77%	38,53%
0,35	10,47	9,10	6,04	13,08%	42,30%
0,40	11,90	10,89	6,50	8,49%	45,41%
0,45	13,40	13,40	8,68	0,00%	48,07%

Fonte: Autor (2023).

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Análise para viga contínua com dois e três tramos

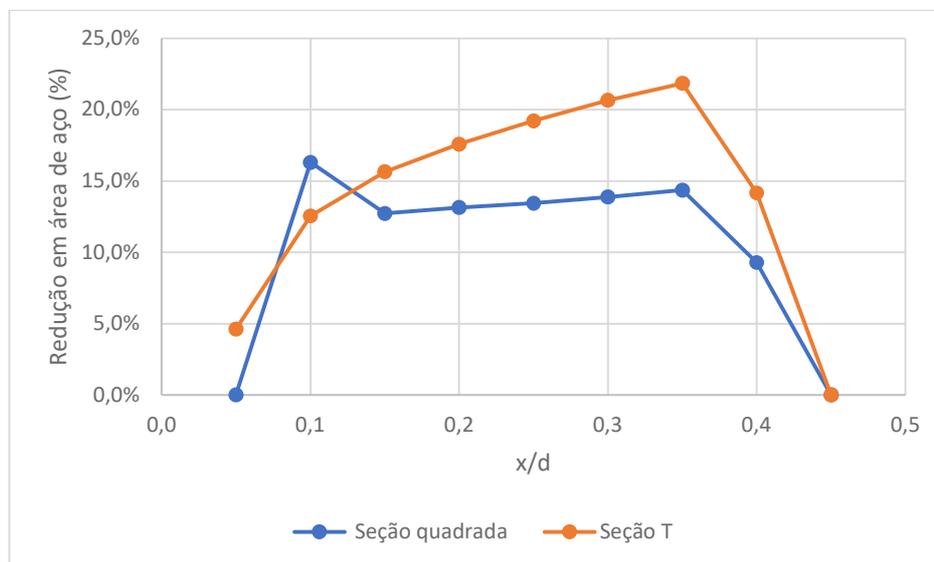
O gráfico da Figura 7 apresenta a economia resultante da redistribuição dos esforços nas seções retangular e T, aplicada a vigas de dois tramos, em comparação com a análise das próprias seções por meio do modelo de análise linear elástica. Vale ressaltar que os valores de x/d evidenciado são da viga analisada de modo linear elástico e não os valores obtidos após redistribuição.

Quando o valor de x/d é menor ou igual a 0,10, a área de aço dimensionada é significativamente afetada pela área mínima de aço necessária para cada seção. Isso é evidenciado no gráfico da Figura 7 para a seção retangular, onde não há economia de área de aço quando x/d = 0,05, e o pico de economia é alcançado em x/d = 0,10. Nesse ponto, inclusive, a redistribuição para a seção retangular é mais eficaz do que para a seção T.

Além disso, o gráfico da Figura 7 demonstra que a curva de economia obtida pela redistribuição na seção T possui uma inclinação de aumento da economia mais elevada em comparação com a seção retangular. A economia atinge 21,85% quando a viga está sujeita a um valor de x/d igual a 0,35, enquanto na seção retangular, a economia máxima é de 14,35%, também em x/d igual a 0,35. Essa comparação não leva em consideração as influências da área de aço mínima em solicitações mais baixas na viga. Portanto, observa-se que a

redistribuição de uma viga em seção T resulta em uma economia maior comparando com a seção retangular.

Figura 7. Economia com a redistribuição de esforços para 2 tramos

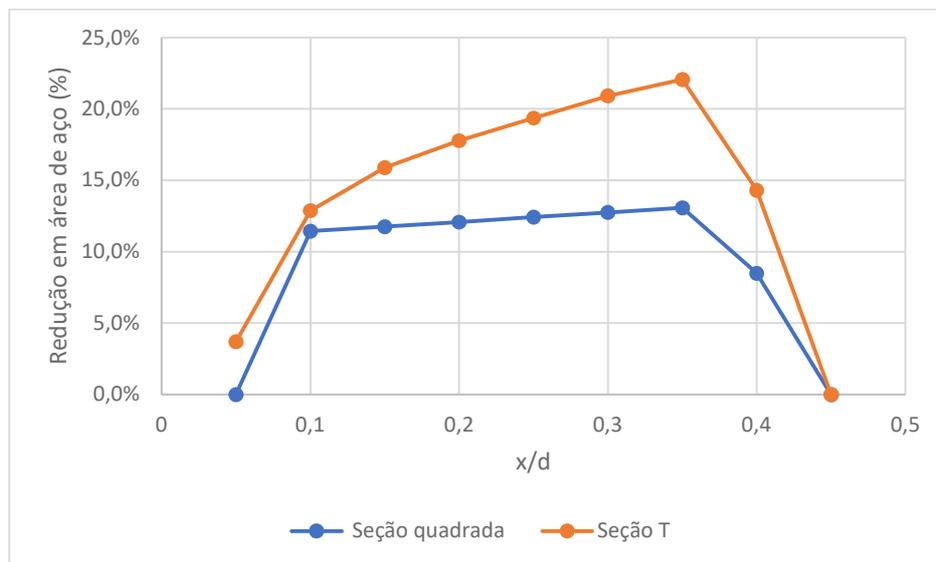


Fonte: Autor (2023)

O gráfico da Figura 8, semelhante ao da Figura 7, ilustra a economia resultante da redistribuição de esforços em vigas com seções retangulares e em forma de T, mostrando os valores de x/d antes da redistribuição. É evidente que o modelo de análise com redistribuição em seções em forma de T supera o desempenho na economia de aço em comparação com a seção retangular, tanto para vigas de dois tramos como para vigas de três tramos.

A principal diferença observada entre as vigas contínuas com dois e três tramos é a influência da área de aço mínima adotada. Na Figura 8, a seção retangular para uma viga contínua com três tramos sofreu uma influência significativa apenas em $x/d = 0,05$ e, posteriormente, seguiu uma tendência linear no aumento da porcentagem de economia, atingindo o valor máximo em $x/d = 0,35$ com uma economia de 13,08%. A seção em forma de T segue um padrão semelhante à seção retangular, mas com uma inclinação maior na curva. Ela também atinge seu máximo de economia, que é de 22,08%, em $x/d = 0,35$ e as duas seções chegando em 0,00% de economia com a redistribuição em $x/d = 0,45$.

Figura 8. Economia com a redistribuição de esforços para 3 tramos



Fonte: Autor (2023)

4.2 Comparação do efeito da redistribuição para seção retangular e T em viga de dois e três tramos

Os gráficos das Figuras 9 e 10 apresentam a economia resultante da redistribuição de esforços para vigas com dois e três tramos, respectivamente. Eles comparam a economia obtida com a redistribuição em vigas de seções retangulares e em forma de T em relação à análise linear elástica de uma viga com seção retangular, que foi solicitada de maneira a obter valores de x/d variando de 0,05 a 0,45.

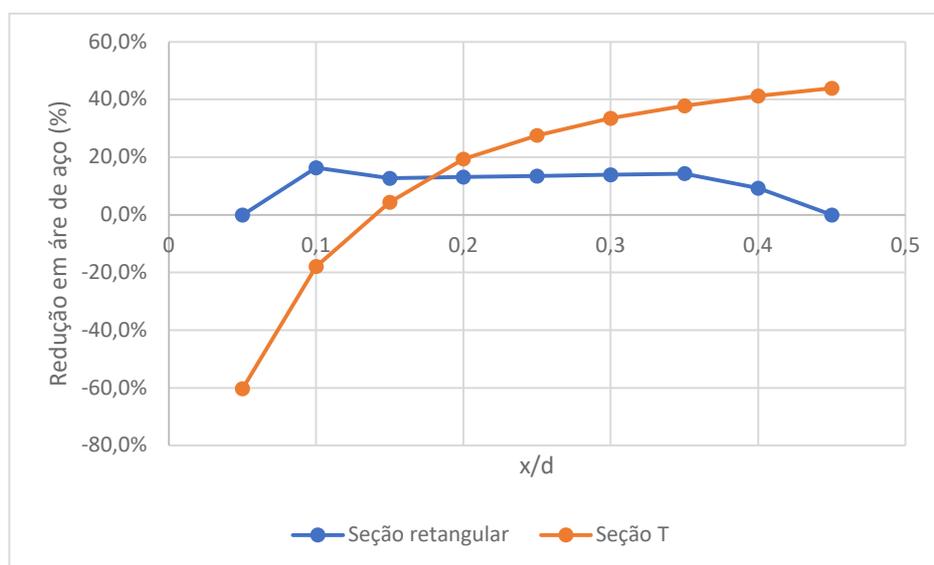
É importante observar que a área de aço mínima recomendada pela ABNT NBR 6118:2023, da mesma forma que nos gráficos discutidos no Tópico 4.1, tem um impacto significativo até o segundo ponto, que ocorre em $x/d = 0,10$ para vigas de dois tramos com seção retangular. No caso de vigas de três tramos, essa influência ocorre apenas no primeiro ponto, que é $x/d = 0,05$, como evidenciado nos gráficos das Figuras 9 e 10.

O gráfico da Figura 9 ilustra que a economia obtida pela análise linear com redistribuição em seções retangulares segue um padrão crescente, com uma inclinação

relativamente suave, até alcançar seu ponto de inflexão na economia, que é de 14,35%. A partir desse ponto, a economia cai para 0,00% de igual modo discutido no Tópico 4.1.

No caso da redistribuição para a seção em forma de T na Figura 9, nota-se que a economia cresce à medida que a viga de seção retangular é mais solicitada na análise linear. Isso ocorre porque a seção em T é menos solicitada do que a seção retangular. Enquanto a viga de seção retangular na análise linear elástica atinge seu valor máximo de $x/d = 0,45$, a seção em T com redistribuição alcança seu valor de $x/d = 0,19$, apresentando uma economia de 43,95%. Isso ocorre antes de atingir o ponto de inflexão na economia da viga em seção T, demonstrado nos gráficos das Figuras 7 e 8 do Tópico 4.1.

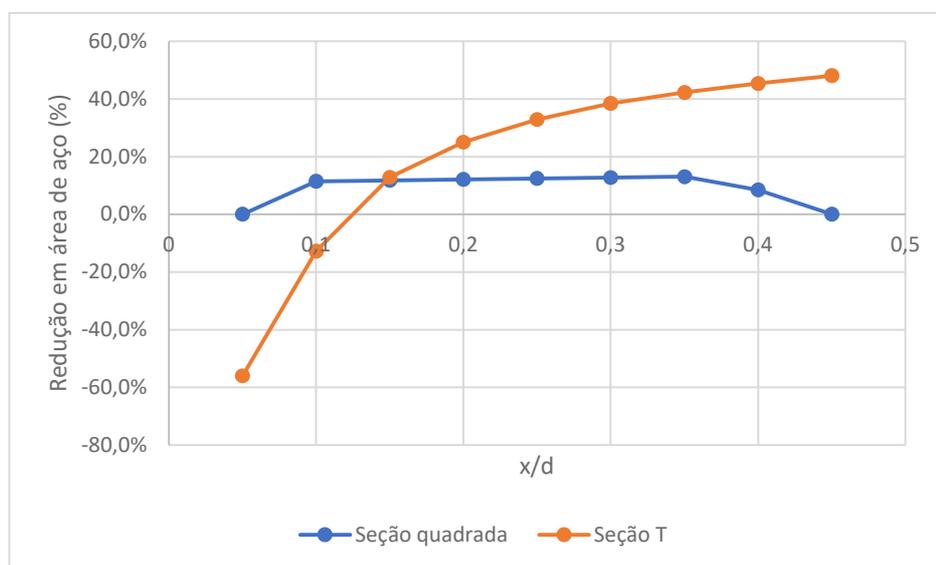
Figura 9. Economia com a redistribuição de esforços para 2 tramos em comparação com seção retangular



Fonte: Autor (2023)

No gráfico da Figura 10, que se refere a vigas com três tramos, observa-se um comportamento similar nas economias geradas para as seções retangular e T em comparação com as vigas contínuas com dois tramos, como demonstrado no gráfico da Figura 9. A principal diferença reside na influência da área de aço mínima sobre a seção retangular redistribuída quando esta possui baixa solicitação. Para a seção retangular, a economia máxima é de 13,08%, enquanto para a seção em T, a economia alcança 48,07%. A seção T apresenta um desempenho um pouco melhor em termos de economia em comparação com o exibido na Figura 9, enquanto a seção retangular vê uma ligeira diminuição na economia.

Figura 10. Economia com a redistribuição de esforços para 3 tramos em comparação com seção retangular



Fonte: Autor (2023)

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho propôs uma análise acerca da influência da redistribuição de esforços em vigas contínuas de dois e três tramos em seção retangular e T, conforme o permitido pela ABNT NBR 6118:2014.

As vigas contínuas de dois e três tramos não apresentam diferenças significativas na economia gerada pela redistribuição. No entanto, observamos que, em comparação com a seção retangular, obtêm-se uma economia superior com vigas de seção T. Isso ocorre porque o momento fletor positivo é suportado pela mesa da seção T, enquanto o momento fletor negativo é resistido pela maior altura da seção devido à laje.

Ao efetuar o dimensionamento de uma viga em seção retangular por meio do modelo de análise linear elástica e, em seguida, aplicar a redistribuição dos esforços, é possível constatar que a economia obtida com a seção T supera em mais de três vezes a economia máxima alcançada com a redistribuição na seção retangular. Essa discrepância se deve à capacidade da seção T de suportar cargas mais elevadas. Enquanto a seção retangular atinge sua solicitação máxima em $x/d = 0,45$, a seção T, nas mesmas condições e após redistribuição, mantém-se em $x/d = 0,19$.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro: 2023. 242 p, páginas 2, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 16 e 18.

BASTOS, P. S. **Concreto armado**. Apostila de aula da disciplina de Concreto Armado II (Engenharia Civil), Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2017, páginas 6 e 7.

FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005, páginas 2, 3 e 5.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. - São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010, páginas 3 e 4.

MIRANDA, P. S. T. **Otimização do dimensionamento de vigas em concreto armado através de análise linear com redistribuição**. Centro de tecnologia – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza (2003 a 2006). Disponível em: <http://paulofilhoengenharia.com.br/download/OTIMIZACAO-ODIMENSIONAMENTO-DE-VIGAS-EM-CONCRETO-ARMADO-ATRAVES-DEANALISE-LINEAR-COM-REDISTRIBUICAO.pdf>. Acesso em: 15 out. 2023, página 3.

ROSA, M. P. **Análise do efeito da redistribuição de esforços no dimensionamento de um edifício em concreto armado**. Trabalho de Conclusão (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2023, página 2.