



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE

BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE

**ANÁLISE DE ÓRBITAS EM TORNO DO PLANETA
ANÃO HAUMEA**

CARLA DE MELO RIBEIRO

FEIRA DE SANTANA, 2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE
BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE

ANÁLISE DE ÓRBITAS EM TORNO DO PLANETA ANÃO HAUMEA

Trabalho de Conclusão de curso apresentado a Universidade Federal do Recôncavo da Bahia como parte dos requisitos para obtenção do título de **Bacharel em Energia e Sustentabilidade**.

Orientador (a): Prof.: Jean Paulo dos Santos Carvalho

CARLA DE MELO RIBEIRO

FEIRA DE SANTANA, 2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS EM ENERGIA E

SUSTENTABILIDADE

BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE

**ANÁLISE DE ÓRBITAS EM TORNO DO PLANETA
ANÃO HAUMEA**

Aprovada em: 21/08/2018

EXAMINADORES:

Prof. Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho – UFRB

ASS: Jean Paulo dos Santos Carvalho

Prof. Dr. Jarbas Cordeiro Sampaio – IFBA

ASS: Jarbas Cordeiro Sampaio

Prof. Dr. Odair Vieira dos Santos - UFRB

ASS: Odair Vieira dos Santos

CARLA DE MELO RIBEIRO

FEIRA DE SANTANA, 2018

*“Dedico este trabalho
primeiramente a Deus, por ser essencial
na minha vida, autor do meu destino e a
minha família”*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter conseguido concluir este trabalho. A minha família, pelo apoio e força, especialmente aos meus pais, que sempre foi o meu maior exemplo de luta e determinação nessa vida. As minhas colegas Brenda, Brunna, Heloísa, Karoline e Katylla, meu muito obrigado. As risadas, que vocês compartilharam comigo nessa etapa tão desafiadora da vida acadêmica, também fizeram toda a diferença. Ao meu querido namorado Ramon Ribeiro, que jamais me negou apoio, carinho e incentivo. Obrigado por ser tão atencioso, companheiro e por aguentar tantas crises de estresse e ansiedade. Aos meus professores, os quais imensamente contribuíram para minha formação, especialmente ao meu professor e orientador, Dr. Jean Paulo Carvalho por todo o conhecimento transmitido. Agradeço por sua confiança. Hoje eu alcanço mais uma vitória com honra e orgulho de ter ao lado pessoas tão especiais. Vocês foram fundamentais para minha formação, por isso merecem minha eterna gratidão.

O meu muito obrigado a todos.

RESUMO

O nosso sistema solar abriga uma coleção de corpos celestes além daqueles que já conhecemos. Os planetas anões são uma nova classificação planetária definida em 2006 pela União Astronômica Internacional (IUA) para corpos que tem a mesma massa da ordem de grandeza da massa de Plutão. Dentre os planetas anões encontra-se Haumea, que apesar de pequeno, tem o seu sistema constituído por dois satélites naturais, as luas Namaka e Hi'iaka. Atualmente uma grande descoberta identificou um anel em torno do planeta anão, similar aos do gigante Saturno. Neste trabalho, é apresentado um estudo da dinâmica de um veículo espacial em torno do planeta Haumea através de formulações de modelos matemáticos e a elaboração de programas computacionais para a realização das simulações numéricas de um sistema de equações diferenciais não lineares desenvolvidos no software Maple. É realizada uma pesquisa por órbitas estáveis de um satélite artificial em torno do planeta anão Haumea, levando em conta as influências das perturbações da sua não esfericidade J_2 , J_4 , C_{22} e a atração gravitacional do terceiro corpo (R_2) que neste estudo é considerado a lua Namaka, em órbitas de baixa altitude e alta altitude. Várias simulações numéricas foram realizadas usando valores de excentricidades para variações do semieixo maior. Nos resultados encontrados algumas órbitas são de colisão outras são estáveis. Ênfase é dada para as órbitas estáveis. Com os dados físicos e orbitais de Haumea é calculada, através do Raio de Hill, a distância máxima que Namaka pode orbitar em torno de Haumea sem que seja atraído para a órbita do Sol. São calculados os valores dos harmônicos esféricos usando os novos dados físicos (Ortiz et al., 2017) das dimensões do planeta anão. Na continuação dessa pesquisa se pretende analisar a dinâmica dos detritos (anéis planetários) em órbita em torno do planeta anão Haumea baseado em Ribeiro (2018) e Carvalho (2017).

Palavras chaves: Haumea. Planeta anão. Veículo espacial. Órbitas estáveis.

ABSTRACT

Our solar system houses a collection of celestial bodies beyond those we already know. The dwarf planets are a new planetary classification defined in 2006 by the International Astronomical Union (IUA) for bodies that have the same mass of the order of magnitude of Pluto's mass. Among the dwarf planets is Haumea, which although small, has its system consisting of two natural satellites, the moons Namaka and Hi'iaka. Presently a great discovery identified a ring around the dwarf planet, similar to that of the giant Saturn. In this work, a study of the dynamics of a space vehicle is presented around the planet Haumea through formulations of mathematical models and the elaboration of computational programs for the realization of numerical simulations of a system of non-linear differential equations developed in the Maple software. A search is made for stable orbits of an artificial satellite around the dwarf planet Haumea, taking into account the influences of the perturbations of its non-sphericity J_2 , J_4 , C_{22} and the gravitational attraction of the third body (R_2), which in this study is considered the moon Namaka in low-altitude and high-altitude orbits. Several numerical simulations were performed using values of eccentricity for variations of the semi-major axis. In the results found some orbits are of collision others are stable. Emphasis is given to stable orbits. With the physical and orbital data of Haumea is calculated, through the radius of Hill, The maximum distance that Namaka can orbit around Haumea without being attracted to the sun's orbit. The values of the spherical harmonics are calculated using the new physical data (Ortiz et al., 2017) of the dimensions of the planet Haumea. In the continuation of this research it is intended to analyze the dynamics of the debris (planetary rings) in orbit around the dwarf planet Haumea based on Ribeiro (2018) and Carvalho (2017).

Keywords: Haumea. Dwarf planet. Spacecraft. Orbits stable.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Haumea e suas luas Namaka e Hi'iaka. Fonte: NASA (2018).....	15
FIGURA 2 - Primeiras imagens de Hi'iaka obtidas através do imageador de infravermelho NIRC2 Fonte: Brown et al. (2005).....	16
FIGURA 3 - Elipsoide triaxial que representa a forma de Haumea. Fonte: Sanchez (2015).....	22
FIGURA 4 - Ilustração do Sistema Haumea e Namaka, considerando o Raio de Hill em relação ao Sol. Fonte: Adaptada de Wikimedia Commons (2016).	27
Figura 5 - Distância do pericentro versus tempo (dias) para excentricidades de valor: 0,01, 0,02 e 0,03. Fonte: Produção própria da autora.	31
Figura 6– Excentricidade versus o tempo para excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente e tamanho da órbita 957,144 km. Fonte: Produção própria da autora.	33
Figura 7 -Excentricidade versus o tempo para uma órbita de 1196,430 km e excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente. Fonte: Produção própria da autora.	34
Figura 8- Excentricidade versus o tempo para uma órbita de (a) 1355,954 km e (b) 1595,240 km apresentando excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente. Fonte: Produção própria da autora.	35
Figura 9 - (a) Distância do pericentro versus tempo (dias); (b) Excentricidade versus o tempo. Fonte: Produção própria da autora.....	36
Figura 10 - Planeta anão Haumea e anel planetário. Fonte: https://science.howstuffworks.com/haumea-dwarf-planet-kuiper-belt-ring.ht . .	37

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Parâmetros do Sistema Haumea.....	18
TABELA 2 - Valores calculados dos coeficientes harmônicos esféricos.	20
TABELA 3 - Harmônicos esféricos calculados a partir de valores de semieixos e raio em km de Haumea extraídos de Ortiz et al., 2017, Rabinowitz et al., 2006 e Kondratyev, 2016.....	24
TABELA 4 - Condições iniciais: semieixo maior e período orbital do satélite artificial.	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NASA - National Aeronautics and Space Administration

IAU - International Astronomical Union

TNO's - Trans-Neptunian Objects

NIRC2 - Imageador de Infravermelho

HST - Hubble Space Telescope

R_H - Raio de Haumea

J_n - Coeficiente Harmônico Esférico

J_2 - Achatamento nos Polos de Haumea

J_4 - Achatamento de Haumea

C_n - Harmônico Esférico

C_{22} - Não Esfericidade Equatorial

R_2 - Perturbação do Terceiro Corpo

e - Excentricidade

I - Inclinação Angular

ξ , η , e ζ - Semieixos de Haumea

n - Movimento Médio do satélite

t - Tempo

c - Cosseno da Inclinação Angular ($c = \cos(i)$)

s - Seno da Inclinação Angular ($s = \sin(i)$)

h - Longitude do Nodo Ascendente

g - Argumento do Pericentro

a , a_0 - Semieixo Maior

w - Taxa de Rotação de Haumea

R - Raio de Hill

AB - Diâmetro do Raio de Hill

a_p - Semieixo Maior da Órbita (Elíptica) do Corpo Secundário

e_p - Excentricidade da Órbita do Corpo Secundário

m_p - massa do corpo secundário

M_{sun} - Massa do Corpo Principal

P - Período Orbital em Dias

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 HAUMEA.....	14
2.2 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	22
2.3 RAIOS DE HILL.....	26
2.4 SOFTWARE MAPLE.....	28
3. METODOLOGIA	29
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
4.1 APLICAÇÃO EM ÓRBITAS DE BAIXA ALTITUDE.....	31
4.2 APLICAÇÃO EM ÓRBITAS DE ALTA ALTITUDE.....	36
5. CONCLUSÕES	38
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39

1. INTRODUÇÃO

Identificar órbitas congeladas (Carvalho, 2011), isto é, órbitas que mantêm ou tentam manter o pericentro, inclinação e a excentricidade constante, ou quase constante em torno de Haumea é de corrente interesse por causa das várias missões espaciais que têm o objetivo de orbitar em torno deste corpo. Dessa forma, analisá-lo pode contribuir no planejamento de futuras missões espaciais a serem conduzidas para o estudo deste corpo celeste.

O lançamento de um satélite artificial é feito através de um foguete que o transporta de um ponto do planeta Terra até uma órbita desejada, onde o mesmo é ali deixado. Para isso, é necessário estudar órbitas estáveis para que este satélite, quando deixado, permaneça na órbita do corpo principal sem que haja escape ou colisão do satélite com a superfície do corpo que está sendo orbitado. E, além disso, as órbitas devem ser estáveis para que não seja necessário fazer correções de órbitas periodicamente gastando combustíveis.

A análise de órbitas estáveis do planeta Terra ou de planetas vizinhos pode parecer mais descomplicada quando comparadas com a análise de corpos muito distantes. Realizar uma exploração espacial e enviar satélites artificiais para orbitar Haumea e ter o seu objetivo alcançado, exige muito estudo e cuidado, pois em todos os casos os analistas de missões espaciais enfrentam diferentes níveis de complexidade, precisão e custo.

Segundo Silva (2001) para estudar a dinâmica de um satélite artificial orbitando um determinado corpo, inicialmente é necessário atender alguns requisitos iniciais, pois essas órbitas são perturbadas por uma série de forças que agirá diretamente no satélite, afastando-o assim da sua órbita nominal (Kepleriana). As principais forças perturbadoras que influenciam nessas órbitas são causadas pela não esfericidade da distribuição de massa do corpo, no arrasto produzido pela atmosfera do corpo com o satélite, na atração gravitacional de um terceiro corpo e na pressão da radiação solar.

As missões espaciais que podem ou não ser tripuladas conseguem analisar de perto e colhem informações precisas de um corpo celeste. É sabido que o imenso progresso científico na área da exploração espacial é de suma importância para o mundo em geral, pois trouxe diversos benefícios à sociedade e o seu desenvolvimento. A exploração espacial faz o uso de naves espaciais, satélites

artificiais ou sondas espaciais, e muitas vezes fazendo uso de astronautas em suas missões.

A exploração espacial não tripulada, a missão Dawn, da NASA, que foi lançada em 2007 tem o objetivo de estudar Vesta e Ceres, dois dos principais corpos celestes pertencentes ao Cinturão de Asteroides que fica entre Marte e Júpiter (PEREIRA e HETEM, 2000). A sonda entrou na órbita de Ceres em março de 2015, a fim de estudar novas características deste planeta anão (GREICIUS, NASA, 2018).

Outra importante exploração espacial é a missão não tripulada New Horizons da NASA, que é uma missão que tem o objetivo de estudar Plutão e seus satélites naturais, como a lua Caronte, mapeando as suas superfícies, colhendo as imagens e informações para transmitir a Terra, e em seguida explorar o Cinturão de Kuiper, que abriga uma coleção de corpos celestes notáveis a fim de encontrar novos objetos (LACERDA, 2009), como por exemplo, os planetas anões, uma nova classificação planetária definida em 2006 pela *International Astronomical Union* (IAU) para corpos que tem a mesma massa da ordem de grandeza da massa de Plutão. Oficialmente a IAU reconhece cinco planetas anões que são estes: Plutão, Haumea, Makemake, Ceres e Éris, também classificados como objetos transnetunianos (TNO's sigla em inglês para "Trans-Neptunian objects") que são corpos que orbitam o Sol e possuem órbitas com valor do semieixo maior acima do de Netuno (SANCHEZ, 2015). Esses objetos são difíceis de estudar, primeiramente por causa da enorme distância e por causa do seu pequeno tamanho e seu baixo brilho.

O planeta anão Haumea, tema de estudo deste trabalho, apesar de pequeno, tem o seu sistema constituído por dois satélites naturais, as luas Namaka e Hi'iaka (SANCHEZ, 2015), o planeta anão, que reside no cinturão de Kuiper, tem aproximadamente o mesmo tamanho que Plutão e é originalmente designado como 2003 EL61. Haumea possui uma forma elipsoidal fazendo com que se pareça com uma bola de rugby ou um ovo, essa característica física é devido a sua rápida rotação que distorce a sua forma (NASA, 2018).

Recentemente, uma grande descoberta, utilizando o método de ocultações estelares, foi possível descobrir a presença de um anel em torno de Haumea (Ortiz et al., 2017), ainda não se tem muitas informações, mas pesquisas estão sendo feitas para saber a origem da formação das partículas que constituem o anel e o seu comportamento evolutivo.

A contribuição deste trabalho está no desenvolvimento de modelos analíticos e numéricos e a elaboração de programas computacionais para realizar uma pesquisa por órbitas estáveis em torno do planeta anão Haumea. Serão realizadas simulações onde os resultados serão discutidos. Para isto, uma abordagem sobre estabilidade de órbitas em torno desse corpo celeste será desenvolvida para estudar o movimento orbital de satélites artificiais em torno de Haumea.

Nesta pesquisa, consideramos os efeitos causados pela não esfericidade (J_2 , J_4 e C_{22}) do corpo central e a perturbação do terceiro corpo (R_2) no movimento orbital de um satélite artificial. Apresentamos uma teoria analítica e simulações numéricas das equações desenvolvidas, utilizando o modelo de média através do software Maple. Um estudo especial é feito para o caso de órbitas congeladas. O objetivo principal é analisar o efeito causado pelas perturbações consideradas, levando em conta diferentes ordens dos harmônicos esféricos na dinâmica de um satélite artificial.

No capítulo a seguir apresentamos a revisão bibliográfica sobre Haumea e sobre trabalhos importantes que fundamentaram o propósito do estudo a fim de entender a dinâmica de um satélite artificial em torno de Haumea. Em seguida são explanadas as equações que regem a dinâmica a partir de estudos bibliográficos. Será apresentada a distância máxima em que um satélite artificial ou natural pode orbitar em torno de Haumea sem que fuja para a órbita do sol através da equação do Raio de Hill e em seguida uma explicação da ferramenta computacional Software Maple. No capítulo 4 apresentamos os resultados das simulações numéricas fazendo uma discussão a respeito das órbitas estáveis para orbitas de baixa e alta altitude. E, por fim, no capítulo 5 são apresentadas as considerações finais sobre a pesquisa desenvolvida e os tópicos para futuros trabalhos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentada uma revisão bibliográfica dividida em quatro subtópicos: o primeiro sobre o planeta anão Haumea e estudos voltados para ele, o segundo uma análise dos principais trabalhos realizados que contribuíram com o fornecimento de dados para o desenvolvimento deste trabalho, a terceira parte serão explanadas as equações que regem a dinâmica e por último uma breve apresentação do Software Maple.

2.1. HAUMEA

O sistema solar é geralmente conhecido por ser formado por 8 planetas como: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Porém, pesquisas astronômicas diariamente descobrem novos corpos celestes menores que compõem o meio interplanetário além daqueles que já são oficialmente conhecidos, sendo estes, qualquer matéria do espaço. Esses corpos são classificados em diferentes grupos, podendo ser asteroides, planetas, planetas anões, cometas, satélites e vários outros corpos em torno de uma única estrela: o sol.

Os primeiros conceitos voltados para planeta anão foram, em 2006 durante a XXVI Assembleia Geral da *International Astronomical Union* (realizada no Brasil) onde foi estabelecida uma nova definição de planeta. Segundo Pereira e Hetem (2000) a nova definição descreve planeta como sendo um corpo celeste que esteja orbitando o Sol, que permaneça em equilíbrio hidrostático tomando a forma esférica e que não tenha próximo à sua órbita corpos de massa semelhante. A partir dessa nova condição duas categorias foram criadas: planetas anões e objetos transnetunianos. Diante dessa nova definição, Plutão, que antes era planeta, foi rebaixado para planeta anão e seguidamente modelo da nova classe de objetos transnetunianos. Portanto, um planeta anão é um corpo celeste que orbita o Sol, tem forma arredondada e não limpa a vizinhança em torno de sua órbita (PEREIRA E HETEM, 2000).

Haumea, atualmente com a denominação de planeta menor 136108 Haumea, anteriormente logo quando foi descoberto, era chamado de 2003 EL61 e

passou a ser classificado como o quinto planeta anão do sistema solar localizado além da órbita de Netuno (NASA, 2018).

Segundo a *International Astronomical Union* (2008), Haumea, fica entre os objetos transnetunianos e pertence ao cinturão de Kuiper, sendo descoberto em 2005. Haumea possui uma forma oval e o seu diâmetro se aproxima muito com o de Plutão. Haumea tem um giro muito rápido, fazendo uma rotação em torno de 4 horas. Acredita-se que essa possa ser a explicação para a forma alongada de Haumea (IUA, 2008).

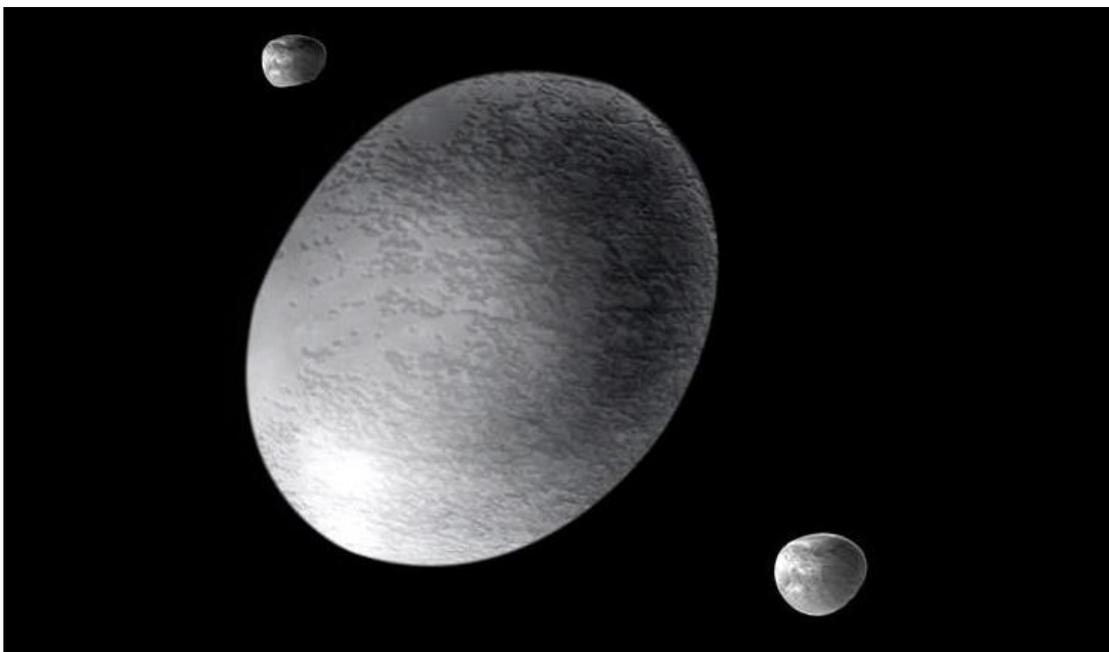


FIGURA 1 - Haumea e suas luas Namaka e Hi'iaka. Fonte: NASA (2018).

A Figura 1, disponibilizada no site da NASA, mostra Haumea com a sua forma peculiar e os seus dois satélites naturais Namaka e Hi'iaka. Os astrônomos acreditam que Haumea é feito de rocha com uma camada de gelo (NASA, 2018).

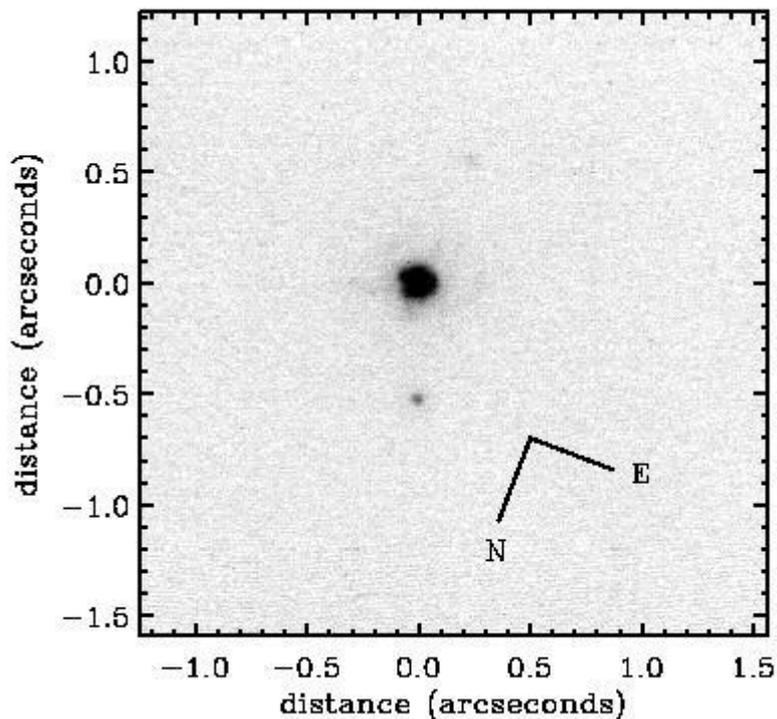


FIGURA 2 - Primeiras imagens de Hi'iaka obtidas através do imageador de infravermelho NIRC2 Fonte: Brown et al. (2005).

A Figura 2 mostra os primeiros registros de Hi'iaka na noite de 30 de junho de 2005 por observações no Observatório Keck. Haumea aparece no centro (mancha mais escura), Hi'iaka aparece abaixo e à cima de Haumea, o objeto mais fraco, é Namaka (BROWN ET AL., 2005).

Em Cuk, Ragozzine e Nesvorny (2013) é feita uma análise de Haumea e discute sobre a dinâmica e a possível origem de suas luas, ambas com excentricidades e inclinações significativas. O artigo aborda e discute três hipóteses distintas sobre a origem, a excentricidade e inclinação delas. Uma das hipóteses sugere que essas duas luas podem ter sido formadas por impactos que Haumea sofreu e partes removidas e detritos formaram as luas. Ambas as luas orbitam a distâncias significativas de Haumea, com semieixos maior de 36 e 69 raios de Haumea (R_H), respectivamente.

Segundo o estudo da NASA (2018), Haumea possui um raio de 620 km, e tem aproximadamente 1/14 do raio do planeta Terra sendo 43 unidades astronômicas longe do Sol. Por conta dessa grande distância, a luz solar leva 6 horas para chegar até Haumea e o mesmo leva 285 anos para fazer uma viagem ao redor do Sol.

Em Ragozzine e Brown (2009) um estudo de órbitas e as massas de Namaka e Hi'iaka é desenvolvido. O artigo estuda a determinação do tamanho, forma, albedo e densidade de Haumea através de uma curva de luz fotométrica a partir de observações de várias câmeras no *Hubble Space Telescope* (HST) e a câmera NIRC2. No artigo, foi projetada as orbitas derivadas para as posições de todas as observações conhecidas. Com os resultados obtidos foi verificado que de três detecções de Namaka, estimaram três possíveis períodos orbitais em torno de 18, 19 e 35 dias. Com o uso de um modelo de três corpos, usando os parâmetros com erros tabelados dos parâmetros ajustados do sistema Haumea, foi possível estabelecer os parâmetros orbitais de ambas as órbitas e a massa de Haumea e Hi'iaka. Foi possível determinar que Hi'iaka é o satélite mais externo e mais brilhante, já Namaka, é o mais interno, mais fraco, porém tem uma excentricidade extremamente grande (RAGOZZINE E BROWN, 2009).

A Tabela 1 lista os principais parâmetros do sistema Haumea que são de grande importância, pois com eles foi possível calcular e obter as simulações que nos resultados serão apresentadas.

É sabido que os objetos transnetunianos são difíceis de estudar, além das missões espaciais, um método utilizado, porém, complexo, baseia-se no estudo de ocultações estelares, onde um observador, com a ajuda de aparelhos, detecta do seu ponto de vista, quando um objeto cruza a trajetória da luz de uma estrela (FERREIRA, 2017). Utilizando este método, uma grande descoberta recente, detectou a presença de um anel em torno de Haumea (ORTIZ et al., 2017), com participações de pesquisadores brasileiros.

TABELA 1 - Parâmetros do Sistema Haumea.

Objeto	Parâmetro	Valor ± erro
Haumea	Massa	$4.006 \times 10^{21} \text{ kg} \pm 0.04$
	Semieixo maior	$6,46020 \times 10^9 \text{ km}$
	Excentricidade	0,19368
	Inclinação	$28,22281^\circ$
Hi'iaka	Massa	$1.79 \times 10^{19} \text{ kg} \pm 0.11$
	Semieixo maior	$49880 \text{ km} \pm 198$
	Excentricidade	0.0513 ± 0.0078
	Inclinação	$126.356^\circ \pm 0.064$
	Longitude do nodo ascendente	$206.766^\circ \pm 0.033$
	Argumento do pericentro	$154.1^\circ \pm 5.8$
	Anomalia média	$152.8^\circ \pm 6.1$
Namaka	Massa	$1.79 \times 10^{18} \text{ kg} \pm 1.48$
	Semieixo maior	$25657 \text{ km} \pm 91$
	Excentricidade	0.249 ± 0.015
	Inclinação	$113.013^\circ \pm 0.075$
	Longitude do nodo ascendente	$205.016^\circ \pm 0.228$
	Argumento do pericentro	$178.9^\circ \pm 2.3$
Anomalia média	$178.5^\circ \pm 1.7$	

Fonte: Adaptada de Ragozzine e Brown (2009); Sanchez (2015).

No estudo sobre o tamanho, a forma, a densidade e o anel de Haumea através de uma ocultação estelar publicado na revista científica interdisciplinar britânica *Nature*, em Ortiz et al. (2017) são relatadas observações de vários sistemas terrestres e observações de Haumea passando na frente de uma estrela sendo possível observar a presença de um anel. O anel tem uma opacidade de 0,5, largura de 70 km e raio de cerca de 2,287 km.

Durante as observações constataram que Haumea gira três vezes em seu eixo no tempo em que uma partícula de anel completa uma revolução. Os pesquisadores perceberam que o anel tem reflexividade semelhante à encontrada em torno dos Centauros Chariklo⁷ e Chiron^{8,9} e ao redor de Uranus¹² e

Neptuno¹³. Os autores comentam que existem vários mecanismos possíveis de formação de anel que foram discutidos para os anéis em torno de Chariklo^{7,38-40} e Chiron⁸, alguns dos quais também podem ser aplicados para Haumea (ORTIZ ET AL., 2017).

Em Prado e Kuga (2001) um estudo sobre o movimento orbital de um satélite é feito, explicando que a trajetória dos satélites artificiais em torno de um corpo é chamada de órbita. Observando o nosso sistema solar, podemos considerar o Sol como o corpo principal e os demais planetas que nele orbitam são os corpos secundários. Já no caso dos satélites artificiais, podemos considerar que o corpo que o satélite está orbitando é o corpo principal e o satélite é o corpo secundário. As forças que são capazes de manter um satélite artificial em torno de um corpo são as mesmas forças que mantêm os corpos celestes em movimento orbital (KUGA, 2001). As órbitas são classificadas de acordo com as suas excentricidades (e) e inclinação angular (I). Uma órbita que tenha uma excentricidade igual a zero ($e=0$) é denominada órbita circular, mas se essa excentricidade for maior que zero ($0 < e < 1$), logo é chamada de órbita elíptica ou excêntrica. Uma órbita é equatorial quando a sua inclinação angular é igual a zero ($I=0$) e polar quando a inclinação é igual a 90° ($I=90^\circ$) (PRADO E KUGA, 2001)

Ainda no estudo de satélites artificiais, em Kuga et al. (2011), são considerados diferentes efeitos perturbadores que constantemente influenciam no movimento orbital de satélites artificiais que agem nas órbitas de baixas altitudes dos satélites terrestres como, por exemplo, o arrasto atmosférico, pressão de radiação solar, distorções gravitacionais, força gravitacional, atração gravitacional do sol e da Lua, força de arrasto, força de maré devido a Lua e Sol e albedo.

Como já foi discutido, o satélite que pretender orbitar em torno de Haumea, que tem orbitas excêntricas, sofrerá com as perturbações devidas ao terceiro corpo que provocam variações periódicas em todos os elementos orbitais desse satélite (SILVA, 2001).

As perturbações devidas a não esfericidade de um corpo acontece quando este não tem uma distribuição homogênea de massa e não é simetricamente esférico. Essas perturbações que representam as deformações do corpo são representadas por $J_{n's}$ que são denominados coeficientes harmônicos esféricos, zonais do geopotencial. Os valores para J_n podem ser determinados através de experimentos utilizando dados coletados por meio de observações ou missões

espaciais (SILVA, 2001). Para o caso de Haumea, esses coeficientes são representados por J_2 (achatamento nos polos de Haumea), J_4 (achatamento de Haumea) e C_{22} (não esfericidade equatorial) (PRADO E KUGA, 2001).

TABELA 2 - Valores calculados dos coeficientes harmônicos esféricos.

Corpo Central	Haumea
J_2	0.243
J_4	- 0.274
C_{22}	0.049

Fonte: Produção da própria autora.

A Tabela 2 apresenta os valores dos coeficientes harmônicos esféricos calculados através das equações extraídas de Sanchez (2015) juntamente com os dados fornecidos pela Tabela 3 baseado nos valores aproximados dos semieixos extraídos de Ortiz et al. (2017), que serão apresentadas no tópico seguinte.

Em Araújo et al. (2011) é feito um estudo sobre o sistema triplo de asteroides 2001 SN263. O principal objetivo do estudo é descrever e determinar a dinâmica do sistema indicando as regiões de estabilidade e instabilidade em torno de três asteroides e em torno de todo o sistema quando estão sujeitos a perturbações externas do Sol e dos planetas Terra, Marte e Júpiter.

Aprofundando no tema de determinação de órbitas congeladas de corpos através de ferramentas computacionais, no estudo sobre perturbações orbitais sobre uma vela solar, que é um tipo de satélite artificial, em Carvalho et al. (2016) é feito um estudo da dinâmica de uma vela solar em torno do planeta Mercúrio. O estudo leva em consideração a distribuição não uniforme de massa do planeta estudado (J_2 , J_4 e C_{22}), a perturbação do terceiro corpo (Sol) e a pressão de radiação solar. A pesquisa de Carvalho et al. (2016) foi desenvolvida utilizando os mesmos dados que a missão BepiColombo utilizará na sua exploração para altitudes como 300 km, 500 km e 1000 km em torno de Mercúrio, e integrando numericamente as equações de movimento utilizando o Software Maple foi possível identificar órbitas congeladas em torno do planeta Mercúrio.

Em Gallardo (2016) é feito um estudo sobre as regiões estáveis para população de partículas e detritos na região externa do sistema de Plutão onde foi analisada a evolução orbital de um conjunto de partículas da ordem de cm e μm

na região externa do sistema, além da órbita de sua lua Caronte, levando em consideração os efeitos gravitacionais das outras luas do sistema, para diferentes inclinações das partículas. Foram estudados os efeitos gravitacionais causados pelos corpos massivos e o efeito da pressão de radiação solar.

Em Carvalho (2011), é apresentado o desenvolvimento analítico das equações de movimento e são realizadas simulações numéricas para estudar o movimento orbital de satélites artificiais que sofrem o efeito das perturbações causadas pela não esfericidade do corpo principal e pelo efeito gravitacional do terceiro corpo. Foi considerado que os veículos espaciais orbitavam em torno de satélites planetários (nossa Lua e a lua de Júpiter Europa). O objetivo do estudo é a partir do conhecimento fornecido pela literatura, levar em conta uma órbita elíptica para o corpo perturbador, com o potencial expandido até a quarta ordem no Polinômio de Legendre fazendo uma abordagem para o caso de órbitas congeladas.

Em 2013, quando o método de ocultações estelares foi utilizado, com ele os astrônomos identificaram os anéis de partículas em torno do asteroide Chariklo (BRAGA-RIBAS, 2014). Em Ribeiro (2018) é feito um estudo dinâmico para estimar a forma de Chariklo, corpo celeste que faz parte do nosso sistema solar. No estudo, a autora busca determinar o modelo físico de Chariklo através da manutenção da estrutura atual dos seus anéis, analisando quais são os efeitos que o achatamento (J_2) e a elipticidade (C_{22}) do corpo central provocam na dinâmica das partículas dos anéis (RIBEIRO, 2018). A autora determina os valores dos coeficientes J_2 e C_{22} e para isso foram feitas simulações numéricas usando um integrador que utiliza os termos relacionados aos coeficientes, que teve o objetivo de reproduzir as características físicas dos anéis, que podem ter a sua dinâmica afetada consideravelmente por causa da forma elipsoidal com achatamentos nos polos e no equador que acreditam ter Chariklo. Foi realizada a análise da região próxima aos anéis através da superfície de seção de Poincaré e as próximas etapas do estudo pretende considerar o movimento de rotação de Chariklo nas integrações e analisar quais as possíveis consequências, fazer simulações com mais partículas, formando os dois anéis, e adicionar um satélite entre ele (RIBEIRO, 2018).

2.2. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

Neste tópico é apresentado as equações fundamentais que regem toda a dinâmica que foi utilizada para obter os resultados, levando em consideração estudos realizados que se aproximam do objetivo deste presente trabalho.

Seguindo no estudo de Haumea, em Sanchez (2015), mencionado anteriormente, são apresentadas as equações usadas para calcular os harmônicos esféricos de Haumea que foram mostradas na Tabela 2 a partir dos valores dos semieixos que representa a forma de Haumea. Destacando que Haumea é considerando um elipsoide triaxial homogêneo (ver SANCHEZ, 2015) como mostra na Figura 3:

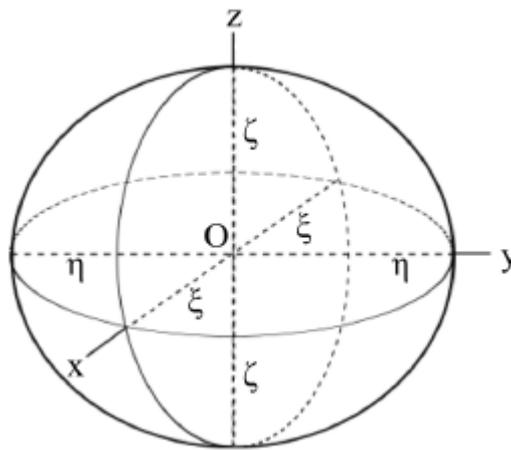


FIGURA 3 - Elipsoide triaxial que representa a forma de Haumea. Fonte: Sanchez (2015).

Como mostra a Figura 3, Haumea é um elipsoide triaxial e a expansão do potencial gravitacional do planeta anão até a quarta ordem e quarto grau, tem seus termos dados por Sanchez (2015):

$$C_{20} = \left(\frac{2\xi^2 - (\xi^2 + \eta^2)}{10R_H^2} \right), \quad (1)$$

$$C_{22} = \left(\frac{(\xi^2 - \eta^2)}{20R_H^2} \right), \quad (2)$$

$$C_{40} = 3 \left(\frac{3(\xi^4 + \eta^4) + 8\zeta^4 + 2\xi^2\eta^2 - 8(\xi^2 + \eta^2)\zeta^2}{140R_H^4} \right), \quad (3)$$

$$C_{42} = \left(\frac{(\xi^2 - \eta^2)(2\zeta^2 - \eta^2 - \xi^2)}{280R_H^4} \right), \quad (4)$$

$$C_{44} = \left(\frac{(\xi^2 - \eta^2)^2}{2240R_H^4} \right) \quad (5)$$

Sendo que, R_H é considerado como o raio equatorial de Haumea, ξ , η , e ζ são semieixos de Haumea, esses valores foram selecionados e extraídos de Ortiz et al. (2017), Rabinowitz et al. (2006) e Kondratyev (2016) em que foi calculado os valores de J_2 , J_4 e C_{22} para cada caso.

A Tabela 3 apresenta três referências bibliográficas que determinam valores aproximados para os semieixos e raio de Haumea e os respectivos harmônicos esféricos que foram obtidos através das Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (3). Em que $J_n = -C_{n0}$, assim $J_2 = -C_{20}$; $J_4 = -C_{40}$ (ver TRESACO et al., 2018).

Em Carvalho e Santos (2017) é feito um estudo sobre análise do impacto do termo C_{22} na evolução das orbitas da excentricidade orbital de espaçonaves em torno de alguns pequenos corpos não esféricos. O estudo analisa a excentricidade orbital de um satélite artificial em movimento em torno de Mercúrio, Haumea, a Lua (da Terra), as luas de Júpiter Europa, Ganimedes, Calisto e as luas de Saturno Réia e Titã, tendo em vista o efeito perturbador de alguns parâmetros do potencial gravitacional referente com a irregularidade desses corpos.

Quando o termo C_{22} é acoplado às demais perturbações o comportamento da excentricidade é bastante alterado. A variação da amplitude da excentricidade é bem menor quando também é levado em conta a não esfericidade equatorial de Haumea (C_{22}). Esse resultado é devido o planeta anão Haumea ser muito achatado no equador e apresentar alta taxa de rotação, o que na dinâmica contribuiu para reduzir o crescimento da excentricidade. Os autores denominam esse fenômeno de “mecanismo de proteção”, em que a perturbação ajuda no controle do aumento da excentricidade (CARVALHO et al., 2017).

TABELA 3 - Harmônicos esféricos calculados a partir de valores de semieixos e raio em km de Haumea extraídos de Ortiz et al., 2017, Rabinowitz et al., 2006 e Kondratyev, 2016.

Referências	ζ	ξ	η	R_H	C_{20}	C_{40}	C_{22}
Ortiz et al. (2017)	513 km	1161 km	852 km	797,62 km	-0.243	0.274	0.049
Rabinowitz et al. (2006)	498 km	980 km	759 km	718,178 km	-0.201	0.186	0.037
Kondratyev (2016)	496 km	978 km	757,61 km	716,29 km	-0.202	0.187	0.037

Fonte: Produção da própria autora.

O potencial perturbador de dupla média devido à elipticidade equatorial (C_{22}) de Haumea e os potenciais perturbadores devido à distribuição não uniforme da massa do corpo central para os termos zonais (J_2 e J_4) são dados por (CARVALHO E SANTOS, 2017):

$$R_{J_2} = -\frac{1}{4} \left(\frac{J_2 R_H^2}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} n^2 (3s^2 - 2) \right), \quad (6)$$

$$R_{J_4} = -\frac{3}{128} \left(\frac{J_4 R_H^4}{(1-e^2)^{\frac{7}{2}} a^2} n^2 \left(\frac{140e^2 s^4 (\cos(g))^2 - 120e^2 s^2 (\cos(g))^2 + 175e^2 s^4}{180e^2 s^2 - 70s^4 - 24e^2 + 80s^2 - 16} \right) \right), \quad (7)$$

$$R_{C_{22}} = -\frac{3}{2} \left(\frac{C_{22} R_H^2}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} n^2 (c^2 - 1) (\cos(2wt - 2h)) \right) \quad (8)$$

Sendo que, R_H é o raio equatorial de Haumea, n é movimento médio do satélite e t é o tempo, c é o cosseno da inclinação angular ($c=\cos(i)$), s é o seno da inclinação angular ($s=\sin(i)$), h é a longitude do nodo ascendente, g argumento do pericentro, e é a excentricidade, a é o semieixo maior e w é a taxa de rotação de Haumea.

O potencial perturbador devido à atração gravitacional do terceiro corpo (R_2) é dado por Carvalho (2016):

$$\begin{aligned}
R_2 := & -\frac{15}{16} \frac{1}{(-e^2 + 1)^{3/2}} \left(\left(\frac{1}{4} e^2 (\cos(i_2) - 1) (\cos(i_2) + 1) (\cos(i) - 1)^2 \cos(-2h) \right. \right. \\
& + 2h_2 + 2g) + \frac{1}{4} e^2 (\cos(i_2) - 1) (\cos(i_2) + 1) (\cos(i) + 1)^2 \cos(2h - 2h_2 + 2g) \\
& + \sin(i) \sin(i_2) e^2 \cos(i_2) (\cos(i) - 1) \cos(2g - h + h_2) \\
& + \sin(i) \sin(i_2) e^2 \cos(i_2) (\cos(i) + 1) \cos(2g + h - h_2) - \frac{3}{10} (\cos(i) + 1) (\cos(i_2) \\
& + 1) (\cos(i_2) - 1) (\cos(i) - 1) \left(e^2 + \frac{2}{3} \right) \cos(2h - 2h_2) \\
& - \frac{6}{5} \sin(i) \cos(i_2) \cos(i) \left(e^2 + \frac{2}{3} \right) \sin(i_2) \cos(h - h_2) + e^2 \left(\left(\frac{1}{2} \right. \right. \\
& + \frac{1}{2} \cos(i_2)^2) \cos(i)^2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(i_2)^2 + \sin(i)^2 \sin(i_2)^2) \cos(2g) - \frac{3}{5} \left(e^2 \right. \\
& \left. \left. + \frac{2}{3} \right) \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(i_2)^2 \right) \cos(i)^2 + \sin(i)^2 \sin(i_2)^2 + \frac{1}{2} \cos(i_2)^2 - \frac{5}{6} \right) \right) a^2 N^2 \right) \quad (9)
\end{aligned}$$

em que e_2 é a excentricidade do corpo perturbador, i_2 inclinação da órbita do corpo perturbador e h_2 longitude do nodo ascendente do corpo perturbador.

Portanto, o potencial perturbador considerado neste trabalho pode ser escrito como:

$$R = R_{J_2} + R_{J_4} + R_{C_{22}} + R_2 \quad (10)$$

Para analisar as influências que as perturbações consideradas causam na dinâmica de um satélite artificial, a Eq. (10) foi substituída nas Equações Planetárias de Lagrange, que é um sistema de equações diferenciais não lineares. Esse sistema é dado por:

$$\frac{de}{dt} = \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial g} + \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M}, \quad (11)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial h} + \frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial g}, \quad (12)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \quad (13)$$

$$\frac{dg}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \quad (14)$$

Com o uso do Software Maple esse sistema de equações diferenciais não lineares é integrado numericamente.

2.3. RAIOS DE HILL

O Raio de Hill é um conceito usado para calcular a esfera de influência que define a distância máxima que um satélite artificial ou natural pode orbitar um corpo secundário, que pode ser um planeta, com massa inferior a aquele que esteja orbitando chamado de corpo principal, como o Sol, por exemplo, (SHEVCHENKO, 2017).

O Raio de Hill é a maior esfera, centrada no corpo secundário, onde o efeito das três forças: força da gravidade do corpo principal, força da gravidade do corpo secundário e a força centrípeta referente à rotação do corpo principal e a frequência angular do corpo secundário, quando somadas é direcionada para o corpo secundário, e com isso o satélite deste permanece na órbita atual sem ser atraído para a órbita do corpo principal (SHEVCHENKO, 2017).

Neste estudo, é considerado o sistema Haumea em relação ao Sol. Onde o planeta anão é representado como o corpo secundário, o Sol como o corpo principal e Namaka como o satélite natural de Haumea. Na Figura 3 temos a representação ilustrativa do sistema.

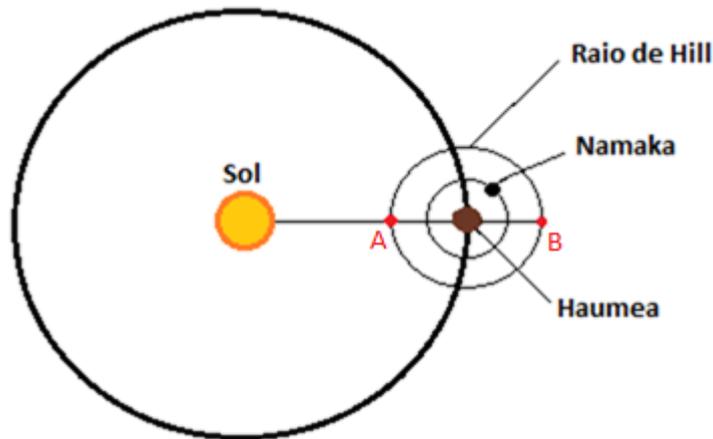


FIGURA 4 - Ilustração do Sistema Haumea e Namaka, considerando o Raio de Hill em relação ao Sol. Fonte: Adaptada de Wikimedia Commons (2016).

Na Figura 4, observamos que Haumea (corpo secundário) está orbitando o Sol (corpo principal) e Namaka está em órbita em torno de Haumea. AB representa o diâmetro do Raio de Hill, ou seja, distância máxima que Namaka pode orbitar Haumea sem ser atraída para a órbita do Sol.

Essa distância máxima pode ser calculada através da equação do Raio de Hill dada por (SHEVCHENKO, 2017):

$$R \approx \left(\frac{m_p}{3M_{sun}} \right)^{\frac{1}{3}} a_p (1 - e_p), \quad (15)$$

na qual consideramos que R é o raio da esfera de Hill centrada no corpo secundário, a_p é o semieixo maior da órbita (elíptica) do corpo secundário, e_p é a excentricidade da órbita do corpo secundário, m_p é a massa do corpo secundário e M_{sun} é a massa do corpo principal, que neste caso é considerado o Sol (SHEVCHENKO, 2017).

De acordo com os valores fornecidos pela Tabela 1 dos parâmetros de Haumea em relação ao Sol e considerando a massa do Sol $M_{sun} = 1,9891 \cdot 10^{30}$ kg (SILVA, 2006), substituindo esses valores na Eq. (15) o resultado obtido do cálculo do Raio e Hill foi de aproximadamente $4,6 \cdot 10^6$ km. O valor do Raio de Hill para esta aplicação, significa que a lua Namaka ou um satélite artificial, pode orbitar em torno de Haumea a uma distância máxima de $4,6 \cdot 10^6$ km sem que seja atraído para a órbita do Sol.

2.4 SOFTWARE MAPLE

O Software Maple é uma ferramenta que ajuda na análise e solução de problemas matemáticos de diferentes níveis de complexidade. Com os recursos deste software, é possível obter informações dos problemas ou qualquer atividade elaborada no programa, a partir de gráficos e animações 2D e 3D (MAPLE SOFT, 2018). Segundo o site do programa, o software ultrapassa a quantidade de mais de 5000 funções disponíveis para o usuário interagindo com muitas áreas da matemática como, por exemplo: estatísticas, álgebra, cálculos, equações diferenciais e geometria. O Maple é frequentemente aplicado na física, modelagem financeira, desing de controle, propriedades termofísicas, entre outras (MAPLE SOFT, 2018).

Neste trabalho, o software Maple foi utilizado para fazer simulações numéricas de um sistema de equações diferenciais não lineares e para elaborar os gráficos. A integração numérica foi realizada usando a rotina “dsolve” do software Maple com as opções “numeric” e “method = rkf45”. Ele encontra uma solução numérica usando um método Runge-Kutta de quarta e quinta ordem de Fehlberg com grau quatro. O valor da etapa inicial, se não especificado, é determinado pelo método, levando em consideração o comportamento local do sistema de equações diferenciais. Assim, as equações diferenciais não lineares foram integradas numericamente com o método de Runge-Kutta. Os componentes cálculo diferencial e Integral I, II, II, fenômenos mecânicos e cálculo numérico, cursados no bacharelado, contribuíram com o desenvolvimento deste trabalho dando suporte as manipulações das equações, integrações numéricas e interpretação dos resultados.

3. METODOLOGIA

Neste trabalho, é desenvolvida uma abordagem analítica baseada em Carvalho et al. (2016, 2017), Carvalho (2016) e Sanchez (2015). Integrações numéricas das equações desenvolvidas são realizadas utilizando o software Maple. O cálculo da variação dos elementos orbitais utilizando um integrador numérico do software Maple é realizado. São feitas aplicações para um satélite artificial em torno do planeta anão Haumea, levando em conta a sua distribuição não uniforme de massa (J_2 , J_4 e C_{22}) e a perturbação do terceiro corpo (R2- que aqui é considerado a lua Namaka). Para a realização desta pesquisa são utilizados livros, pesquisa na internet, dissertações, teses, artigos e computadores para realizar os desenvolvimentos analíticos e as simulações numéricas.

As integrações numéricas e as figuras são realizadas usando o software Maple. Este programa permite que o usuário faça modificações em seu código. Para a integração, o usuário deve inserir no código, os parâmetros a serem usados, os dados sobre a massa, o raio e valores de J_2 , J_4 e C_{22} de Haumea (ver Tabela 2) e os dados da lua Namaka (ver Tabela 3).

No código, são inseridos os dados das condições iniciais do sistema Haumea-Namaka e do satélite artificial. São considerados alguns parâmetros fixos como, por exemplo, o valor inicial do argumento do pericentro em graus ($g= 270^\circ$), valor inicial da longitude do nodo ascendente em graus ($h= 90^\circ$) e o valor inicial da inclinação em graus ($i= 90^\circ$) para todas as aplicações. As aplicações no programa são para 4 órbitas de baixa altitude e 1 de alta altitude afim de analisar e encontrar órbitas estáveis e seguras que não sejam órbitas de colisão do satélite artificial com a superfície de Haumea. Na escolha da altitude foi levado em conta que as missões científicas, em geral, são planejadas para órbitas de baixa altitude, para facilitar o estudo do corpo visitado. A órbita de alta altitude considerada foi para mostrar o efeito do terceiro corpo, já que as órbitas de baixa altitude são dominadas pela força devido a não esfericidade do corpo central. O tempo de integração foi de 200 períodos orbitais (número de voltas em torno do corpo). No próximo capítulo, serão apresentados os resultados obtidos e análise dos mesmos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos nas aplicações de órbitas de baixa altitude e de alta altitude em torno de Haumea. Portanto, substituindo a Equação (10) nas equações planetária de Lagrange e integrando numericamente, obtemos os resultados mostrados nas Figuras 5 a 7.

4.1 APLICAÇÃO EM ÓRBITAS DE BAIXA ALTITUDE

Nesta etapa foram consideradas 4 órbitas de baixa altitude. O valor do semieixo maior inicial e o período orbital do satélite são mostrados na Tabela 4. Para as 4 aplicações, foram consideradas excentricidades com valores de 0,01; 0,02 e 0,03. Os resultados são apresentados na Figura 5. Esta figura mostra a distância do pericentro (distância mais próxima do planeta) com respeito ao tempo.

Analisando a Figura 5, em (a) e (b) podemos observar que as excentricidades estão variando significativamente e que, para os dois casos, o satélite artificial colide com a superfície de Haumea em menos de 5 dias, exceto para o valor da excentricidade $e=0,01$ na Figura 5 (a). Em (c) e (d) observamos que as excentricidades estão variando moderadamente e que, nos dois casos, o satélite não colide com a superfície de Haumea (linha horizontal azul). Note que na Figura 5 (a) a órbita inicial com $e=0,01$ não impacta com a superfície de Haumea. Para essas aplicações de baixa altitude da órbita, foram considerados os harmônicos esféricos ou perturbações (J_2 , J_4 e C_{22}) devido a não esfericidade de Haumea e a influência do terceiro corpo (R_2) Namaka. Refazendo as mesmas simulações, mas desta vez omitindo o termo R_2 , foi percebido que os resultados não foram alterados, logo, para baixa altitude, Namaka não perturba estas órbitas, sendo assim, quem domina é a não esfericidade de Haumea. A seguir, a Tabela 4 apresenta um resumo das condições que o satélite estará exposto para os casos estudados.

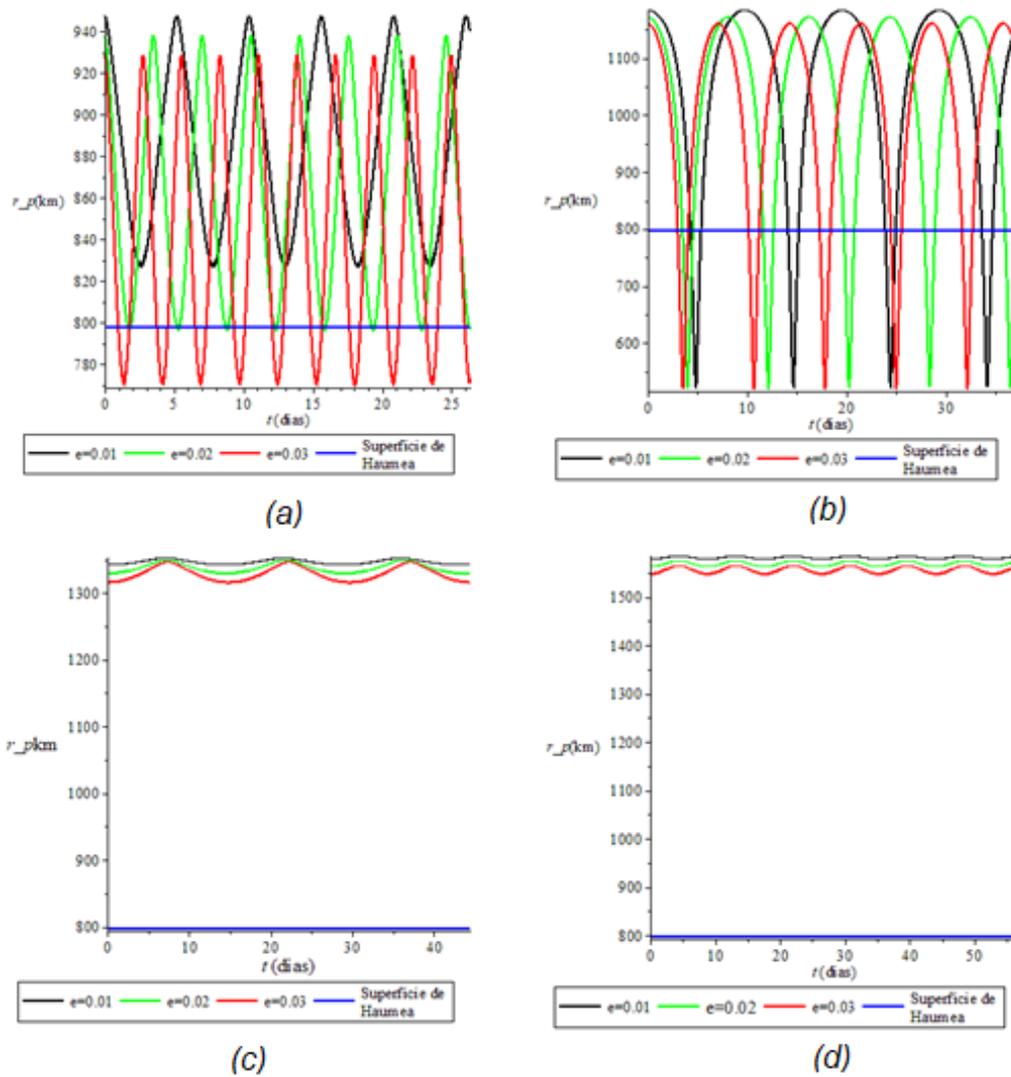


Figura 5 - Distância do pericentro versus tempo (dias) para excentricidades de valor: 0,01, 0,02 e 0,03. Fonte: Produção própria da autora.

Na Figura 5 temos a distância do pericentro versus tempo (dias), as linhas de cor preta, verde e vermelha representam excentricidades de valor: 0,01, 0,02 e 0,03 respectivamente. A linha azul indica a superfície de Haumea. Na Figura 5 temos que: (a) $a_0 = 957,144$ km e $P = 0,1317$ dia, (b) $a_0 = 1196,430$ km e $P = 0,1841$ dia, (c) $a_0 = 1355,954$ km e $P = 0,2221$ dia, (d) $a_0 = 1595,240$ km e $P = 0,2834$ dia.

TABELA 4 - Condições iniciais: semieixo maior e período orbital do satélite artificial.

Tamanho da órbita	Período orbital em dias	Situação
957,144 km (Órbita de baixa altitude)	0,1317	Colide com a superfície de Haumea.
1196,430 km (Órbita de baixa altitude)	0,1841	Colide com a superfície de Haumea.
1355,954 km (Órbita de baixa altitude)	0,2221	Não colide com a superfície de Haumea.
1595,240 km (Órbita de baixa altitude)	0,2834	Não colide com a superfície de Haumea.
23928,60 km (Órbita de alta altitude)	16,4642	Não colide com a superfície de Haumea.

Fonte: Produção da própria autora.

Diante do resultado anterior da Figura 5, podemos então a partir disso, analisar o comportamento dessas órbitas e sua estabilidade orbital. Para esta análise, é considerado excentricidades com valores de 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 que é conferido na Figura 6 onde mostramos o comportamento da excentricidade versus o tempo.

Destacamos que a excentricidade é um elemento importante na análise da estabilidade orbital, pois um aumento da amplitude de variação da excentricidade o satélite pode impactar com a superfície do planeta.

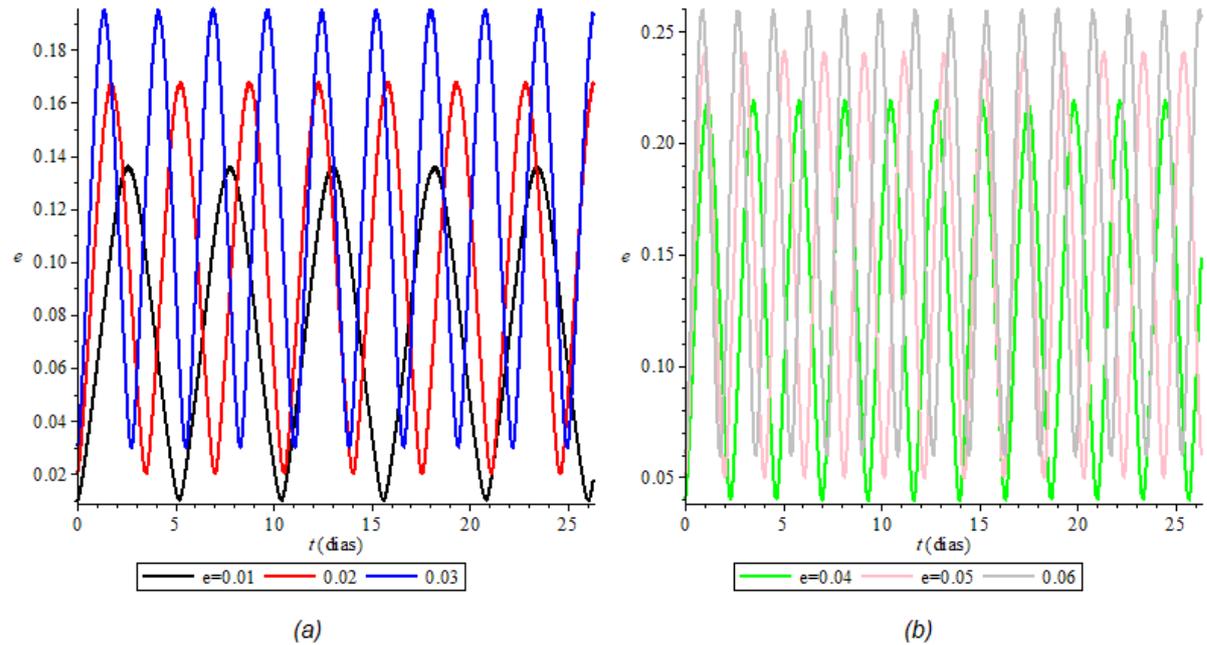


Figura 6– Excentricidade versus o tempo para excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente e tamanho da órbita 957,144 km. Fonte: Produção própria da autora.

A Figura 6 mostra o comportamento da excentricidade versus o tempo para uma órbita de baixa altitude de 957,144 km. As linhas de cor preta, vermelha, azul, verde, rosa e cinza representam as excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente.

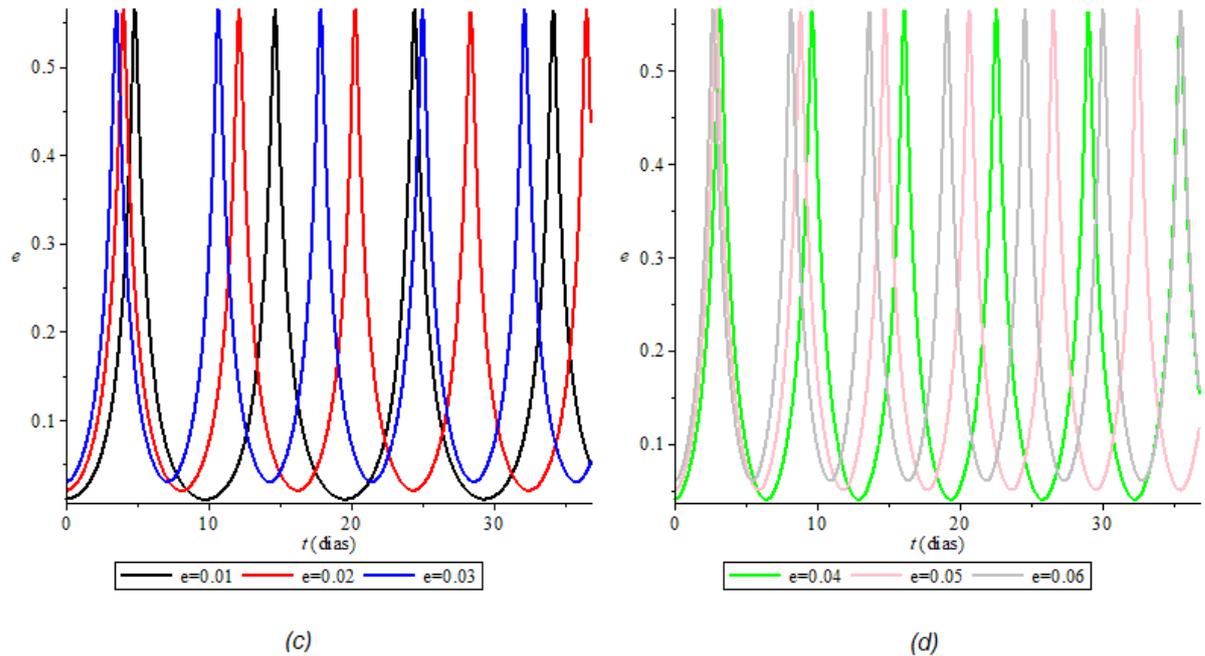


Figura 7 -Excentricidade versus o tempo para uma órbita de 1196,430 km e excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente. Fonte: Produção própria da autora.

A Figura 7 mostra o comportamento da excentricidade versus o tempo para uma órbita de baixa altitude de 1196,430 km. As linhas de cor preta, vermelha, azul, verde, rosa e cinza representam as excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente.

As Figuras 6 e 7 mostram que as excentricidades estão variando significativamente com o tempo, devido à grande variação da excentricidade dizemos que essas órbitas são instáveis.

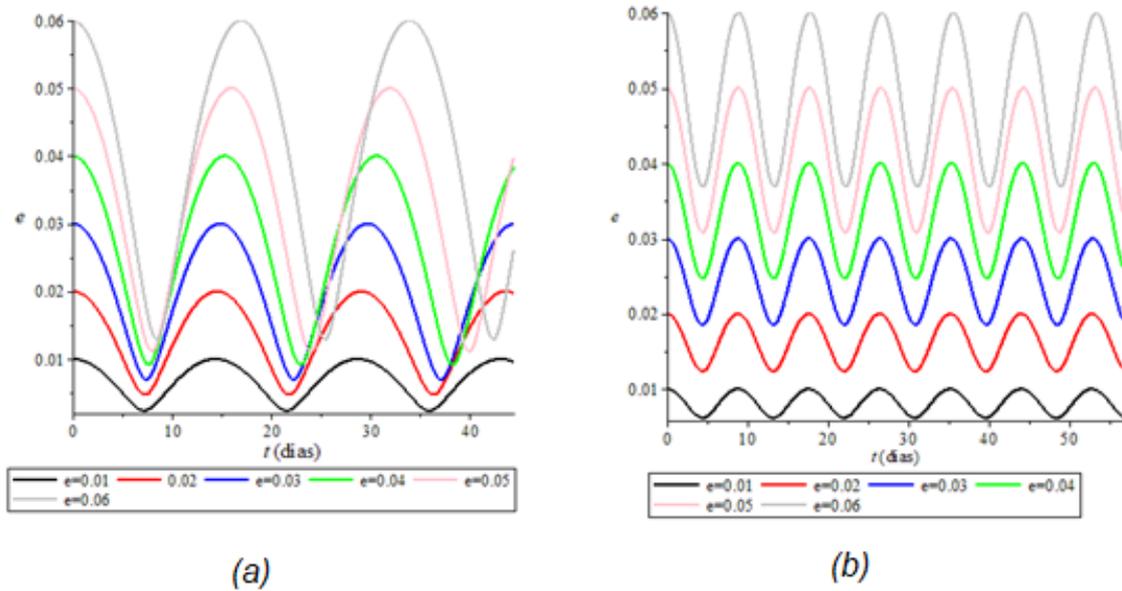


Figura 8- Excentricidade versus o tempo para uma órbita de (a) 1355,954 km e (b) 1595,240 km apresentando excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente. Fonte: Produção própria da autora.

A Figura 8 (a) e (b) apresenta órbitas estáveis, ou seja, com pequena variação da excentricidade. As linhas de cor preta, vermelha, azul, verde, rosa e cinza representam as excentricidades de valor: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06 respectivamente. Veja que a órbita com a excentricidade de 0,01 (linha de cor preta em Figura 8 (b)) apresenta menor amplitude de variação em relação às outras. Está órbita denominamos de estável, logo encontramos órbitas em que o satélite pode permanecer por mais tempo em torno de Haumea.

4.2 APLICAÇÃO EM ÓRBITAS DE ALTA ALTITUDE

Nesta etapa foi considerada uma órbita de alta altitude. O valor do semieixo maior inicial e o período orbital do satélite são mostrados na Tabela 4. Para esta aplicação com o objetivo de analisar a distância do pericentro versus tempo (dias), foi considerado excentricidades com valores de 0,1; 0,2 e 0,3. Os resultados são apresentados na Figura 9 (a). Em Figura 9 (b), é mostrado o comportamento da excentricidade versus o tempo para a mesma aplicação, mas considerando excentricidades com valores de 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 e 0,5.

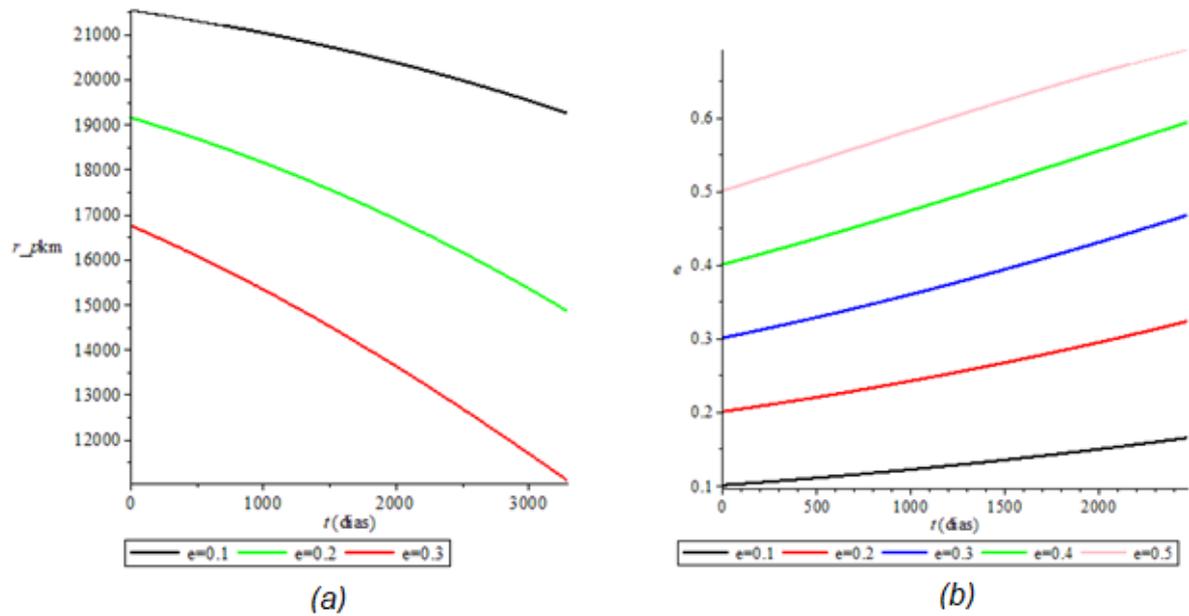


Figura 9 - (a) Distância do pericentro versus tempo (dias); (b) Excentricidade versus o tempo. Fonte: Produção própria da autora.

A Figura 9 (a) mostra a distância do pericentro versus tempo (dias). As linhas de cor preta, verde e vermelha representam excentricidades de valor: 0,1, 0,2 e 0,3 respectivamente. Para ambas as figuras (a e b) temos que $a_0 = 23928,60$ km e $P = 16,4642$ dias. Em Figura 9 (b) temos a Excentricidade versus o tempo para as mesmas condições da Figura 6, mas dessa vez considerando as linhas de cor preta, vermelha, azul, verde, rosa e cinza representando as excentricidades de valor: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 e 0,5 respectivamente. Note que as órbitas, neste caso, são bem excêntricas. Essa escolha é para que o satélite tenha uma órbita bem elíptica e com isso se aproxime de Haumea no pericentro e se aproxime da lua Namaka no apocentro.

Analisando a Figura 9 (a) podemos observar que não há uma colisão do satélite com a superfície de Haumea, por causa da alta altitude, a linha azul que representa a superfície de Haumea não aparece na figura porque o satélite está bem distante da sua superfície. Para essas aplicações de alta altitude, foram considerados os harmônicos esféricos ou perturbações (J_2 , J_4 e C_{22}) e a influência do terceiro corpo (R_2) Namaka. Refazendo as mesmas simulações, mas desta vez omitindo os termos J_2 , J_4 e C_{22} , foi percebido que os resultados não foram alterados, logo, para alta altitude, a perturbação dominante é o efeito gravitacional do terceiro corpo Namaka e, neste caso, a não esfericidade de Haumea pode ser desprezada. A Figura 9 (b)

apresenta órbitas mais estáveis, ou seja, apresentam pequena variação da excentricidade orbital. Note que maior o valor inicial da excentricidade, maior a sua taxa de variação. Este tipo de órbita pode ser usado para fazer uma análise da lua Namaka, já que o satélite estará mais próximo da lua no apocentro de sua órbita.

Para finalizar, a Figura 10 mostra o planeta anão Haumea e o anel planetário descoberto em 2017 (ver ORTIZ et al., 2017).



Figura 10 -Planeta anão Haumea e anel planetário. Fonte:
Fighthttps://science.howstuffworks.com/haumea-dwarf-planet-kuiper-belt-ring.htm

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, analisamos a dinâmica de um satélite artificial em torno do planeta anão Haumea. As perturbações consideradas na dinâmica são a distribuição não uniforme de massa do corpo central, incluindo a elipticidade equatorial, e a perturbação do terceiro corpo (a lua Namaka). O potencial perturbador foi substituído nas equações planetárias de Lagrange e integrado numericamente utilizando o software Maple. Foram apresentadas simulações numéricas para vários valores iniciais da excentricidade e semieixo maior do veículo espacial.

Usando os dados dos parâmetros físicos de Haumea mais atualizados, calculamos os valores dos harmônicos esféricos, pois os apresentados na literatura estão desatualizados por causa dos dados das observações mais recentes do planeta Haumea (ver ORTIZ et al., 2017). Encontramos órbitas estáveis de baixa altitude em torno de Haumea que podem ser úteis em futuras missões espaciais. Mostramos também órbitas estáveis de alta altitude que pode ser usadas para estudar a lua Namaka quando o satélite se encontra no apocentro de sua órbita.

Calculamos o valor do Raio de Hill para o caso de Haumea, concluindo que Namaka, Hi'iaka ou um satélite artificial pode orbitar em torno de Haumea a uma distância máxima de $4,6 \cdot 10^6$ km sem que seja atraído para a órbita do Sol. Na continuação dessa pesquisa iremos considerar mais termos no potencial perturbador, como por exemplo, os termos C_{42} e C_{44} . Como Haumea é basicamente um elipsoide esses termos também são importantes (ver SANCHEZ, 2015). Também pretendemos analisar a dinâmica dos detritos (anéis planetários) em órbita em torno do planeta anão Haumea baseado em Ribeiro (2018) e Carvalho (2017).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAUJO, R. A. P. **O sistema triplo de asteroides 2001 sn263: dinâmica orbital e estabilidade.** Tese de Doutorado do Curso de Pós-graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle; INPE, São José dos Campos, 2011.
- BRAGA-RIBAS et al. **A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo.** *Nature*, Vol. 508, pages 72–75, 2014.
- CARVALHO, J. P. S. **Perturbação orbital devida a um terceiro corpo com distribuição não uniforme de massa e em órbita elíptica.** 2011. 215 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.
- CARVALHO, J. P. S. E. TRESACO, R. V. M., PRADO A. F. B. A. **Perturbações orbitais sobre uma vela solar.** In: XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC2016, Gramado-RS. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, p. 1-7, 2016.
- CARVALHO, J. P. S. **Orbital evolution of a solar sail around a planet.** Volume 4 of Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics. 2016.
- CARVALHO, J. P. S.; SANTOS, J. CARDOSO DOS; PRADO, A. F. B. A. ; DE MORAES, R. VILHENA . **Some characteristics of orbits for a spacecraft around Mercury.** COMPUTATIONAL & APPLIED MATHEMATICS, Vol. 1, p. 1-1, 2017.
- CARVALHO, J. P. S. **Analysis of the long and short-period terms due the nonsphericity of the central body: applications for Mercury.** JOURNAL OF PHYSICS. CONFERENCE SERIES (PRINT), v. 911, p. 012011-6, 2017.
- CUK, M., Ragozzine, D., Nesvorny, D. **On the dynamics and origin of Haumea's moons.** *The Astronomical Journal*, Vol. 146, No. 4, pp. 89–102, 2013.
- FERREIRA, J. F. G. **Exploring the Solar System using stellar occultations and Gaia's sky survey.** Universidade De Lisboa Faculdade De Ciências Departamento De Física; Mestrado em Física, 2017.
- GALLARDO, G.D.M. **Regiões estáveis para população de partículas e detritos na região externa do sistema de Plutão: aplicação 2016;** 90 f., Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.
- IAU. **Resolution B5: Definition of a planet in the Solar System.** In: GENERAL ASSEMBLY OF THE IAU, 26, 2006; Prague; Czech Republic.
- KUGA, H. K., CARRARA, V., RAO, K. R. **Satélites Artificiais - Movimento Orbital.**

INPE, 2011. sid.inpe.br/mtc-m19/2011/11.22.18.25-PUD

LACERDA, R. A. V. **Exploração Espacial - Especialização em Ensino de Astronomia**. Universidade de São Paulo - Campus EACH-USP-Leste, 2009.

LARA, M., RUSSELL, R. **On the design of a science orbit about Europa**; paper 2006 AAS/AIAA, presented at the 2006 Space Flight Mechanics Meeting, Tampa, Florida, January 22–26, 2006.

MAPLESOFT. **Maple – Code Editor**. Disponível em: <<https://www.maplesoft.com/products/maple/features/codeedit.aspx>>. Acessado em: 17 de julho de 2018

NASA. **HAUEMA**; 2018. Disponível em : <<https://solarsystem.nasa.gov/planets/dwarf-planets/haumea/in-depth/>> Acessado em: 20 de junho de 2018

ORTIZ, J. L., SANZ, P. S. SICARDY, B. et al. **The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation**. Published in: 12 in October in 2017; vol 550, Nature, 219, 2017.

PRADO, A. F. B., KUGA, H. K. **Fundamentos da Tecnologia Espacial. Movimento Orbital**, Cap. 1; INPE; São José do Campos-SP, 2001.

PEREIRA, V. J., HETEM, J.G. **FUNDAMENTOS DE ASTRONOMIA**. cap. 3, 2000. Disponível em: <<http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/newcap03.pdf>> Acessado em: 20 de junho de 2018.

RIBEIRO, T.A.S. **Estudos dinâmicos para estimar a forma de Chariklo**. 2018, 66f. Dissertação (Mestrado em Física)-Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, 2018.

RAGOZZINE, D. BROWN, M. E. **Orbits and Masses of the Dwarf Planet Haumea (2003 EL61)**; The Astronomical Journal, Vol. 137, 2009, pp. 4766–4776.

SANCHEZ, M. D. **Estudo de captura gravitacional e custos de manutenção orbital em dinâmicas não keplerianas**. Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle; INPE, São José dos Campos, 2015.

SHEVCHENKO, I.I. **The Lidov–Kozai Effect—Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy**. Springer, 194 pg. 2017.

SOARES, J. **Super Interessante. Os cinco planetas anões do sistema solar**; 2013. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/blog/superlistas/conheca-melhor-os-5-planetas-anoes-do-sistema-solar/>> Acessado em: 25 de Setembro de 2017.

SILVA, W. C. C. **Movimento orbital**; Divisão de Mecânica e Controle – DMC; Instituto Nacional de Pesquisa Espaciais – INPE; São José dos Campos-SP, 2001.

SILVA, A. V. R. **Nossa Estrela o Sol**. Temas atuais de Física. SBF, Editora Livraria da Física, SBF; São Paulo, 1ª ed.; 2006

TRESACO, E., CARVALHO, J. P. S., PRADO A. F. B. A., A. Elipe, R. V. M. **Averaged model to study long-term dynamics of a probe about Mercury**. *Celest Mech Dyn Astr* 130: 9, 2018.

TODA MATÉRIA. **Sistema Solar**; 2016. Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/corpos-celestes/>> Acessado em: 20 de junho de 2018.

WIKIMEDIA COMMONS. **Mecânica Celeste, Esfera de Hill**. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfera_de_Hill.jpg> Acessado em: 09 de Agosto de 2018.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA EM ENERGIA E SUSTENTABILIDADE
AVENIDA CENTENÁRIO, 697 – SIM
CEP: 44.085-132 - FEIRA DE SANTANA - BA
TELEFONE: (75) 3622-9351 – E-MAIL: direcao@cetens.ufrb.edu.br

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins, que a discente Carla de Melo Ribeiro fez as correções sugeridas pela banca examinadora do trabalho de conclusão de curso intitulado “ANÁLISE DE ÓRBITAS EM TORNO DO PLANETA ANÃO HAUMEA”.

Feira de Santana, 25/09/2018

Nome do professor orientador: Jean Paulo dos Santos Carvalho

Assinatura orientador: *Jean Paulo dos Santos Carvalho*

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade

1 Aos vinte e um dias do mês de agosto do ano de dois mil e dezoito, às 15
2 horas, realizou-se a sessão pública de defesa do trabalho de conclusão de
3 curso da discente Carla de Melo Ribeiro, intitulado Análise de Órbitas em Torno
4 do Planeta Anão Haumea, realizado sob a orientação do Prof. Dr. Jean Paulo
5 dos Santos Carvalho, na Sala 03 às 15 horas, do Centro de Ciência e
6 Tecnologia em Energia e Sustentabilidade – CETENS, da Universidade Federal
7 do Recôncavo da Bahia, *campus* de Feira de Santana, sendo a banca
8 avaliadora formada pelos docentes Dr. Jean Paulo dos Santos Carvalho, Dr.
9 Jarbas Cordeiro Sampaio e Dr. Odair Vieira dos Santos. Ao final da
10 apresentação e da avaliação oral realizada pela banca, os membros
11 avaliadores se reuniram e emitiram o seguinte parecer. O trabalho Análise de
12 Órbitas em Torno do Planeta Anão Haumea, da discente Carla de Melo Ribeiro
13 foi aprovado. A banca encaminha a discente para aprovação final as seguintes
14 alterações na monografia de conclusão de curso. 1) algumas correções
15 ortográficas; 2) melhorar a qualidade de duas figuras; 3) verificar referências
16 que estão no texto e não constam na lista de referências. E para constar, eu,
17 Jean Paulo dos Santos Carvalho, lavrei a presente Ata, que depois de lida e
18 aprovada foi assinada pelos membros presentes. Feira de Santana, vinte e um
19 de agosto de dois mil e dezoito////////////////////

Jean Paulo dos Santos Carvalho
Jarbas Cordeiro Sampaio
Odair V. HA